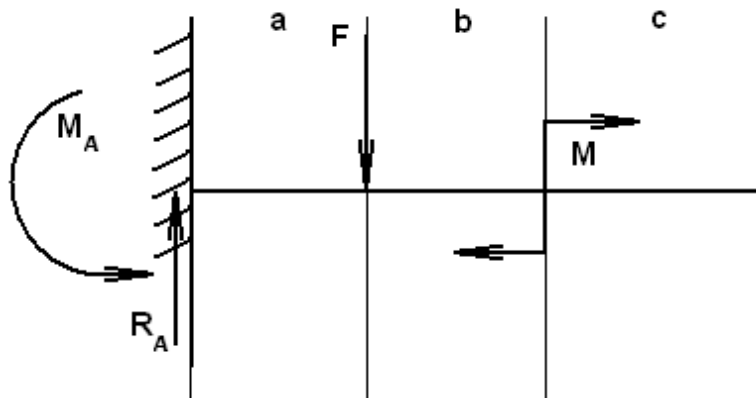


Řešte daný nosník: $a = 0,2m$, $b = 0,2m$, $c = 0,1m$, $F = 5kN$, $M = 10kN$



Abychom znali kompletně silové účinky působící na nosník, nejprve vyšetříme reakce v uloženíh.

Reakci M_A určíme například z momentové podmínky rovnováhy k bodu A.

$$\sum_i M_i = 0$$

$$M_A - Fb - M = 0$$

$$M_A = Fb + M = 11kNm$$

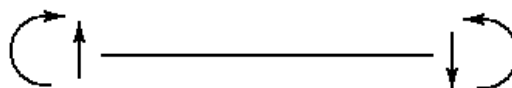
Reakci R_A pak jednoduše určíme například ze silové podmínky rovnováhy

$$\sum_i F_{iy} = 0$$

$$R_A - F = 0$$

$$R_A = F = 5kN$$

Když známe reakce ve vetknutí bude dalším krokem vyšetření průběhu posuvné síly a ohybového momentu podél nosníku. Tyto vyšetříme v jednotlivých segmentech, jak jsou vyznačeny na obrázku. Nezáleží na tom, z jaké strany si budeme při určování velikostí postupovat. Pouze musí být zachována znaménková konvence. Obrázek ukazuje kladné orientace z obou směrů.



Budeme postupovat zprava. Jestliže postupujeme zprava, uvažujeme vždy jen silové účinky napravo od uvažovaného libovolného bodu. (Pokud by byl volen postup zleva, sledovali bychom pouze silové účinky působící nalevo od uvažovaného bodu.) Průběhy posouvající síly a ohybového momentu musí být psány tak, aby vyhovovaly obecně ve všech bodech daného segmentu.

$$I.x \in (0; c)$$

Nejprve určíme posouvající sílu. Pokud postupujeme zprava, zjistíme, že zde nepůsobí žádné silové účinky, píšeme proto:

$$T(x) = 0$$

Pro ohybový moment sledujeme jaké momenty působí v průběhu segmentu. Nepůsobí zde žádné silové účinky ani moment. Píšeme proto:

$$M(x) = 0$$

$$II. x \in (c; c + b)$$

Stejným způsobem budeme postupovat i u druhého segmentu. Ani zde nevystupuje žádná síla, proto:

$$T(x) = 0$$

Od bodu B vstupuje moment M . Moment bude tedy v průběhu segmentu II konstantní. Smysl otáčení je proti směru konvence, proto:

$$M(x) = -M$$

$$III. x \in (b + c; a + b + c)$$

Pokud se pohybujeme i nadále zprava, jediná síla, která se zde vyskytuje v celém průběhu je síla F . Působí ve stejném směru jako kladný směr konvence, píšeme proto:

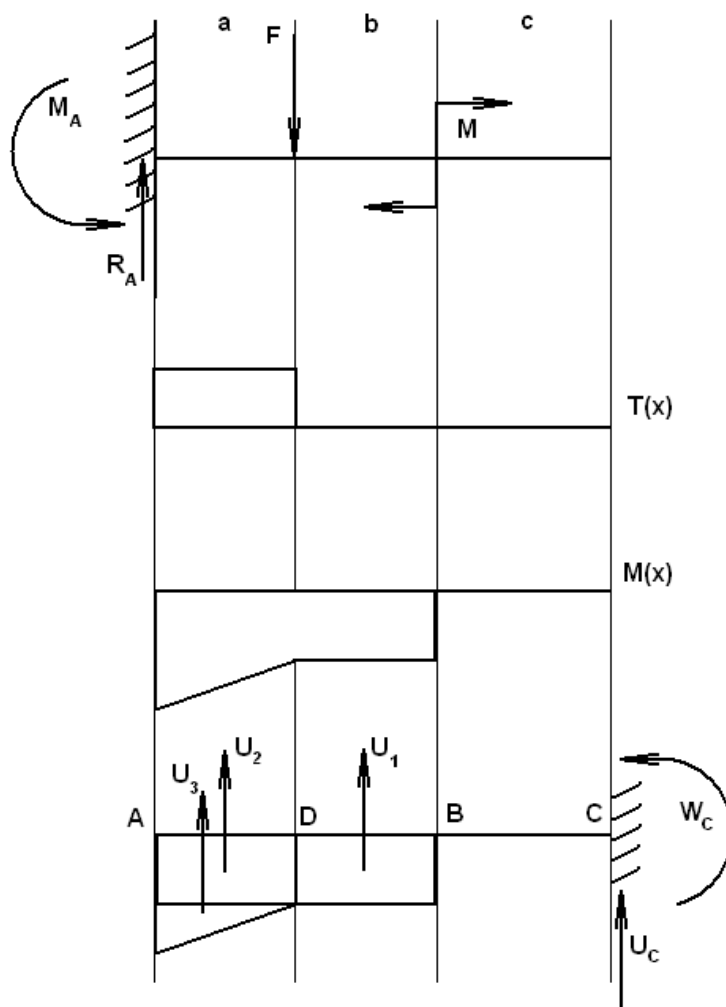
$$T(x) = F$$

Síla F dále způsobuje moment. Tento moment je proti směru kladné konvence. Dále je nutné si uvědomit, že síla F nepůsobí na rameni x . Vzdálenost x je uvažována od bodu C. Síla F tak působí na rameni $(x - (a + b))$.

Píšeme proto:

$$M(x) = -M - F(x - (a + b))$$

Tímto jsou popsány průběhy posouvající síly T a ohybového momentu M . Můžeme proto nakreslit graf jejich průběhu.



(Pozn. Jak je vidno z uvedených vyjádření, reakce v bodě A nebyly použity a tudíž je nebylo potřeba počítat. Nicméně opatrný čtenář je může použít pro kontrolu při vyjádření průběhů sil a momentů zleva.)

Celý postup popsany výše lze shrnout do tří kroků:

- 1) Určení reakcí
- 2) Vyjádření průběhů posouvající síly T a ohybového momentu M
- 3) Zakreslení grafů dle vyjádřených průběhů

Nyní budeme uvažovat **fiktivní nosník**, který bude zatížen **fiktivním zatížením**. U příkladů vetknutého nosníku je vetknutí fiktivního nosníku uvažováno na volném konci, tj. na opačné straně. Fiktivní zatížení je spojité a odpovídá vypočítanému průběhu momentu. Tím získáváme novou úlohu se spojitým zatížením. (Pozn. Vzhledem k tomu, že se jedná o fiktivní zatížení, jednotky neodpovídají jednotkám reálného spojitého zatížení). Vypočítejme velikost tohoto zatížení.

Pokud nahradíme spojité zatížení silou v těžišti, bude její velikost rovna velikosti plochy tohoto zatížení. Uvažujme nahrazení jak je znázorněno na obrázku. Pak platí, že síla U_1 je rovna velikosti plochy obdélníka v segmentu II. Velikost plochy vypočítáme jako obsah obdélníku, o stranách b a M . (M je velikost spojitého zatížení v bodě B) Proto platí:

$$U_1 = Mb$$

Obdobně vyjádříme velikost ploch obdélníku pro sílu U_2 a trojúhelníku pro sílu U_3 (Rozdíl velikosti momentu v bodech A a D je roven nárůstu momentu od síly F. Nárůst momentu $M'(x) = F \cdot c$) Proto:

$$U_2 = Ma$$

$$U_3 = \frac{1}{2}Fc^2$$

Pro určení průhybu (resp. natočení) v libovolném bodě daného nosníku je potřeba postupovat podobným způsobem jako v první části tohoto příkladu.

Nejprve tedy určíme fiktivní reakce.

Reakci U_B určíme například z momentové podmínky rovnováhy k bodu C.

$$\sum_i M_i = 0$$

$$W_C + U_1 \left(c + \frac{b}{2} \right) + U_2 \left(\frac{a}{2} + b + c \right) + U_3 \left(\frac{2a}{3} + b + c \right) = 0$$

$$W_C = -U_1 \left(c + \frac{b}{2} \right) - U_2 \left(\frac{a}{2} + b + c \right) - U_3 \left(\frac{2a}{3} + b + c \right) = -1,21 \text{ kNm}^3$$

Záporné znaménko znamená, že moment působí v opačném směru, než jak je zakresleno na obrázku.

Reakci U_C pak jednoduše určíme například ze silové podmínky rovnováhy

$$\sum_i F_{iy} = 0$$

$$U_C + U_1 + U_2 + U_3 = 0$$

$$U_C = -U_1 - U_2 - U_3 = -M(a+b) - \frac{1}{2}Fc^2 = -4,025 \text{ kNm}^2$$

Záporné znaménko znamená, že reakce působí v opačném směru, než jak je zakreslena na obrázku.

Pokud potřebujeme vyšetřit průhyb nebo natočení, postupujeme jako v kroku 2) v první části příkladu. Pro zjištění průhybu a natočení v bodě A vycházíme ze vzorce:

Průhyb:

$$v_A = \frac{1}{EJ_z} [M_{fA}]$$

Zjistíme fiktivní moment v bodě A. Opět nezáleží, z jaké strany postupujeme, ale dodržujeme konvenci kladných směrů. Jestliže postupujeme zleva, pak platí:

$M_{fA} = 0$, protože v bodě A nepůsobí žádný moment. (Působí zde pouze síla U_A , ale na nulovém rameni, proto způsobuje nulový moment)

Natočení:

$$\varphi_A = \frac{1}{EJ_z} [T_{fA}]$$

Zjistíme fiktivní posouvající sílu v bodě A stejným způsobem jako jsme určovali průběh posouvající síly v první části příkladu. Postupujeme zleva.

$$T_{fA} = 0$$

Ve vetknutí proto bude jak nulový průhyb, tak nulové natočení.

Stejně postupujeme při vyšetřování průhybu či natočení v ostatních bodech. (Dodržujeme konvenci jako v první části příkladu)

Bod B:

$$v_B = \frac{1}{EJ_z} [M_{fB}]$$

Zleva:

$$M_{fB} = U_1 \frac{b}{2} + U_2 \left(\frac{a}{2} + b \right) + U_3 \left(\frac{2a}{3} + b \right)$$

$$\varphi_B = \frac{1}{EJ_z} [T_{fB}]$$

Zleva:

$$T_{fB} = U_3 + U_2 + U_1$$

Pro názornost zkusíme postupovat zprava. Znaménková konvence bude opačná, pak

$$T_{fB} = -U_C,$$

což je stejná hodnota. (Viz silová podmínka rovnováhy)

Bod C:

$$v_C = \frac{1}{EJ_z} [M_{fC}]$$

Zleva:

$$M_{fC} = U_1 \left(c + \frac{b}{2} \right) + U_2 \left(\frac{a}{2} + b + c \right) + U_3 \left(\frac{2a}{3} + b + c \right)$$

$$\varphi_C = \frac{1}{EJ_z} [T_{fC}]$$

Zleva:

$$T_{fC} = U_3 + U_2 + U_1$$

Všimněme si, že T_{fB} a T_{fC} mají shodnou velikost. Tím, že na volném konci reálného nosníku nepůsobí žádná síla ani moment, je v celém segmentu III stejné natočení.

Dále lze logicky předpokládat, že při daných zatíženích bude volný konec bodem s nejvyšším průhybem.