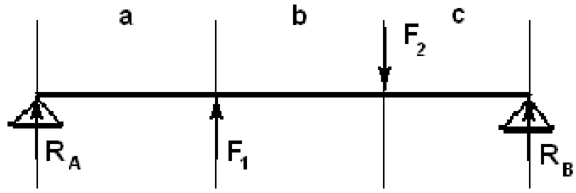
Řešte daný nosník: $a = 2m$, $b = 2m$, $c = 1m$, $F_1 = 10kN$, $F_2 = 20kN$



Abychom znali kompletně silové účinky působící na nosník, nejprve vyšetříme reakce v uloženích.

Reakci R_B určíme například z momentové podmínky rovnováhy k bodu A.

$$\sum_i M_i = 0$$

$$F_1 a - F_2(a+b) + R_B(a+b+c) = 0$$

$$R_B = \frac{F_1 a - F_2(a+b)}{(a+b+c)} = \frac{80-20}{5} = 12kN$$

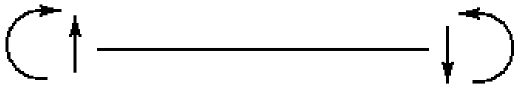
Reakci R_A pak jednoduše určíme například ze silové podmínky rovnováhy

$$\sum_i F_{iy} = 0$$

$$R_A + R_B + F_1 - F_2 = 0$$

$$R_A = 20 - 10 - 12 = -2kN$$

Když známe reakce bude dalším krokem vyšetření průběhu posuvné síly a ohybového momentu. Tyto vyšetříme v jednotlivých segmentech, jak jsou vyznačeny na obrázku. Nezáleží na tom, z jaké strany si budeme při určování velikostí postupovat. Pouze musí být zachována znaménková konvence. Obrázek ukazuje kladné orientace z obou směrů.



Nejprve budeme postupovat zleva. Jestliže postupujeme zleva, uvažujeme vždy jen silové účinky nalevo od uvažovaného libovolného bodu. (Pokud by byl volen postup zprava, sledovali bychom pouze silové účinky působící napravo od uvažovaného bodu.) Průběhy posouvající síly a ohybového momentu musí být psány tak, aby vyhovovaly obecně ve všech bodech daného segmentu.

$I. x \in (0; a)$

Nejprve určíme posouvající sílu. Pokud postupujeme zleva, jediná síla, která se zde vyskytuje v celém průběhu je reakce R_A. Působí ve stejném směru jako kladný směr konvence, píšeme proto:

$T(x) = R_A$

Pro ohybový moment sledujeme jaké momenty působí v průběhu segmentu. V prvním segmentu způsobuje moment pouze síla reakce R_A. Velikost momentu se zvětšuje se vzdáleností od bodu A, protože se zvětšuje rameno, na kterém působí síla R_A. Tato síla vytváří k bodu na segmentu I moment ve stejném směru jako je kladný směr konvence. Píšeme proto:

$M(x) = R_A x$

$II. x \in (a; a+b)$

Stejným způsobem budeme postupovat i u druhého segmentu. Pokud se pohybujeme i nadále zleva, jsou nalevo od všech bodů náležících segmentu II dvě síly. R_A a F_1. Obě síly působí ve stejném směru, který je zároveň dle konvence kladným směrem.

$T(x) = R_A + F_1$

Obě síly způsobují ohybový moment. Síla R_A stále na rameni x, síla F_1 však nepůsobí na rameni x. Vzdálenost x je uvažována od bodu A. Síla F_1 však působí ve vzdálenosti a od bodu A. Velikost ramene proto bude $(x-a)$.

$M(x) = R_A x - F_1 (x-a)$

Jestliže dodržujeme konvenci kladného směru posouvajících sil a ohybového momentu, pak nezáleží na tom, z jaké strany postupujeme. Třetí segment proto vyšetříme zprava.

$III. \bar{x} \in (0;c)$

Postup je obdobný jako u prvního segmentu. V celém segmentu je pouze jedna působící síla – reakce $\boldsymbol{R_B}$. Pokud však uvažujeme postup zprava, je kladná konvence posuvné síly opačného směru než zleva. Posouvající síla bude proto:

$T(\bar{x}) = -R_B$

Reakce R_B způsobuje moment. Tento moment je ve směru kladné konvence. Píšeme proto:

$M(\bar{x}) = R_B \bar{x}$

Tímto jsou popsány průběhy posouvající síly T a ohybového momentu M. Můžeme proto nakreslit graf jejich průběhu.

(Existují dva možné průběhy. Nejprve bude uvedeno řešení, pokud reakce R_A bude kladná)

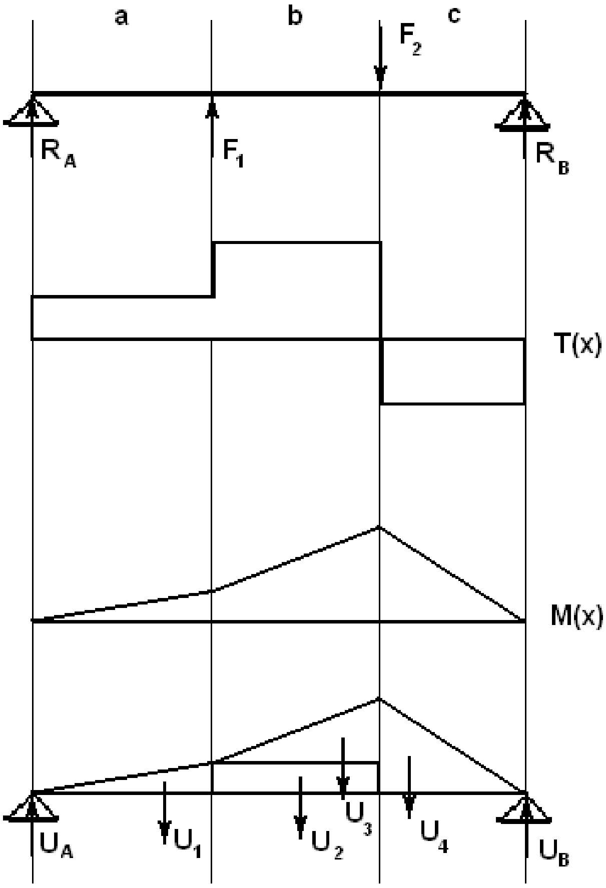
Celý postup popsaný výše lze shrnout do tří kroků:

1) Určení reakcí
2) Vyjádření průběhů posouvající síly T a ohybového momentu M
3) Zakreslení grafů dle vyjádřených průběhů

Nyní budeme uvažovat **fiktivní nosník**, který bude zatížen **fiktivním zatížením**. Toto fiktivní zatížení je spojité a odpovídá vypočítanému průběhu momentu. Tím získáváme novou úlohu se spojitým zatížením. (Pozn. Vzhledem k tomu, že se jedná o fiktivní zatížení, jednotky neodpovídají jednotkám reálného spojitého zatížení). Vypočítejme velikost tohoto zatížení.
Pokud nahradíme spojité zatížení silou v těžišti, bude její velikost rovna velikosti plochy tohoto zatížení. Uvažujme nahrazení jak je znázorněno na obrázku. Pak platí, že síla U_1 je rovna velikosti plochy trojúhelníka v segmentu I. Velikost plochy vypočítáme jako polovinu obsahu obdélníku, o stranách a a $R_A a$. ($R_A a$ je velikost spojitého zatížení v bodě C) Proto platí:

$$U_1 = \frac{1}{2} R_A a^2 = 8 kN.m^2$$

<u>A) R_A bude kladná</u>



(Lze například pro hodnoty $a = 2m,\ b = 2m,\ c = 1m,\ F_1 = 10kN,\ F_2 = 40kN$)
Obdobně vyjádříme velikost ploch trojúhelníků pro síly U_3 a U_4. Síla U_2 je nahrazením spojitého zatížení obdélníka. Proto:

$$U_2 = R_A ab$$

$$U_3 = \frac{1}{2}(R_B c - R_A a)b$$

$$U_4 = \frac{1}{2} R_B c^2$$

Pro určení průhybu (resp. natočení) v libovolném bodě daného nosníku je potřeba postupovat podobným způsobem jako v první části tohoto příkladu.

Nejprve tedy určíme fiktivní reakce.
Reakci U_B určíme například z momentové podmínky rovnováhy k bodu A.

$$\sum_i M_i = 0$$

$$U_1 \frac{2}{3} a + U_2\left(a + \frac{b}{2}\right) + U_3\left(a + \frac{2b}{3}\right) + U_4\left(a + b + \frac{c}{3}\right) - U_B(a + b + c) = 0$$

$$U_B = \frac{U_1 \frac{2}{3} a + U_2\left(a + \frac{b}{2}\right) + U_3\left(a + \frac{2b}{3}\right) + U_4\left(a + b + \frac{c}{3}\right)}{(a + b + c)}$$

Reakci U_A pak jednoduše určíme například ze silové podmínky rovnováhy

$$\sum_i F_{iy} = 0$$

$$U_A - U_1 - U_2 - U_3 - U_4 + U_B = 0$$

$$U_A = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 - U_B$$

Pokud potřebujeme vyšetřit průhyb nebo natočení, postupujeme jako v kroku 2) v první části příkladu. Pro zjištění průhybu a natočení v bodě A vycházíme ze vzorce:

Průhyb:

$$v_A = \frac{1}{EJ_z}\left[M_{fA}\right]$$

Zjistíme fiktivní moment v bodě A. Opět nezáleží, z jaké strany postupujeme, ale dodržujeme konvenci kladných směrů. Jestliže postupujeme zleva, pak platí:

$M_{fA} = 0$, protože v bodě A nepůsobí žádný moment.(Působí zde pouze síla U_A, ale na nulovém rameni, proto způsobuje nulový moment)

Natočení:

$$\varphi_A = \frac{1}{EJ_z}\left[T_{fA}\right]$$

Zjistíme fiktivní posouvající sílu v bodě A stejným způsobem jako jsme určovali průběh posouvající síly v první části příkladu. Postupujeme zleva.

$$T_{fA} = U_A$$

Pro názornost zkusíme postupovat zprava. Znaménková konvence bude opačná, pak

$$T_{fA} = -U_B + U_4 + U_3 + U_2 + U_1,$$

což je stejná hodnota.(Viz silová podmínka rovnováhy)

Stejně postupujeme při vyšetřování průhybu či natočení v ostatních bodech.

Bod C:

$$v_C = \frac{1}{EJ_z}\left[M_{fC}\right]$$

Zleva:

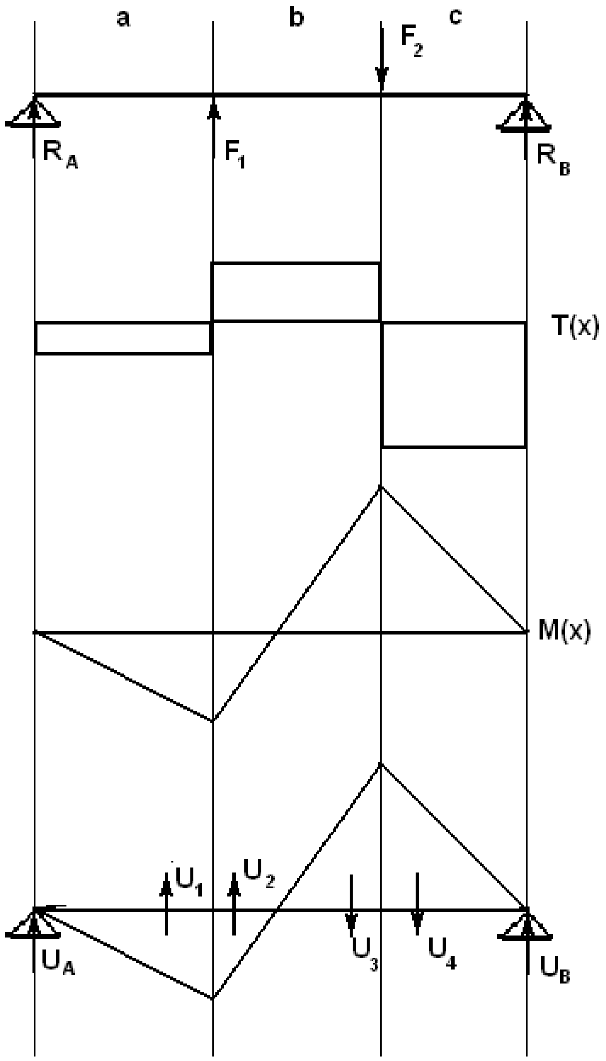
$$M_{fC} = U_A a - U_1 \frac{a}{3}$$

$$\varphi_C = \frac{1}{EJ_z}\left[T_{fC}\right]$$

Zleva:

$$T_{fC} = U_A - U_1$$

B) R_A bude záporná



Pro určení velikosti ramen trojúhelníků v segmentu II potřebujeme znát vzdálenost bodu, kde je nulový ohybový moment. Vyjádříme z rovnice segmentu II:

$M(x) = 0 = R_A x + F_1(x - a)$

$$x = \frac{F_1 a}{R_A + F_1} = 2{,}5m$$

Potom můžeme obdobně jako u U_1 vyjádřit velikost ploch trojúhelníků pro síly U_2, U_3 a U_4. Proto:

$$U_2 = \frac{1}{2} R_A a(x - a) = 1kNm^2$$

$$U_3 = \frac{1}{2} R_B c(a + b - x) = 9kNm^2$$

$$U_4 = \frac{1}{2} R_B c^2 = 6kNm^2$$

Pro určení průhybu (resp. natočení) v libovolném bodě daného nosníku je potřeba postupovat podobným způsobem jako v první části tohoto příkladu.

Nejprve tedy určíme fiktivní reakce.

Reakci U_B určíme například z momentové podmínky rovnováhy k bodu A.

$$\sum_i M_i = 0$$

$$U_1 \frac{2}{3} a + U_2 \left(a + \frac{x-a}{3} \right) - U_3 \left(x + \frac{2(a+b-x)}{3} \right) - U_4 \left(a + b + \frac{c}{3} \right) + U_B (a+b+c) = 0$$

$$U_B = \frac{-U_1 \frac{2}{3} a - U_2 \left(a + \frac{x-a}{3} \right) + U_3 \left(x + \frac{2(a+b-x)}{3} \right) + U_4 \left(a + b + \frac{c}{3} \right)}{(a+b+c)} = 44{,}667 kNm^2$$

Reakci U_A pak jednoduše určíme například ze silové podmínky rovnováhy

$$\sum_i F_{iy} = 0$$

$$U_A + U_1 + U_2 - U_3 - U_4 + U_B = 0$$

$$U_A = -U_1 - U_2 + U_3 + U_4 - U_B = -38{,}667 kNm^2$$

Pokud potřebujeme vyšetřit průhyb nebo natočení, postupujeme jako v kroku 2) v první části příkladu. Pro zjištění průhybu a natočení v bodě A vycházíme ze vzorce:

Průhyb:

$$v_A = \frac{1}{EJ_z} \left[M_{fA} \right]$$

Zjistíme fiktivní moment v bodě A. Opět nezáleží, z jaké strany postupujeme, ale dodržujeme konvenci kladných směrů. Jestliže postupujeme zleva, pak platí:

$M_{fA} = 0$, protože v bodě A nepůsobí žádný moment.(Působí zde pouze síla U_A, ale na nulovém rameni, proto způsobuje nulový moment)

Natočení:

$$\varphi_A = \frac{1}{EJ_z} \left[T_{fA} \right]$$

Zjistíme fiktivní posouvající sílu v bodě A stejným způsobem jako jsme určovali průběh posouvající síly v první části příkladu. Postupujeme zleva.

$$T_{fA} = U_A$$

Pro názornost zkusíme postupovat zprava. Znaménková konvence bude opačná, pak

$$T_{fA} = -U_B + U_4 + U_3 - U_2 - U_1,$$

což je stejná hodnota.(Viz silová podmínka rovnováhy)

Stejně postupujeme při vyšetřování průhybu či natočení v ostatních bodech.

Bod C:

$$v_C = \frac{1}{EJ_z} \left[M_{fC} \right]$$

Zleva:

$$M_{fC} = U_A a - U_1 \frac{a}{3}$$

$$\varphi_C = \frac{1}{EJ_z} \left[T_{fC} \right]$$

Zleva:

$$T_{fC} = U_A + U_1$$