

Elastostatika – základní pojmy

Elastostatiku, častěji uváděnou jako **pružnost a pevnost**, zařazujeme do oboru mechanika a to mechanika poddajných těles a kontinua v pevné fázi. Předmětem zkoumání pružnosti a pevnosti jsou vztahy mezi zatížením a deformační a napětíovou odezvou tělesa s cílem určit stav napjatosti a deformace v libovolném bodě tělesa a následně posoudit, zda stávající konstrukce splňuje požadavky na ni kladené, nebo navrhnout bezpečnou novou konstrukci.

Základní předpoklady lineární pružnosti:

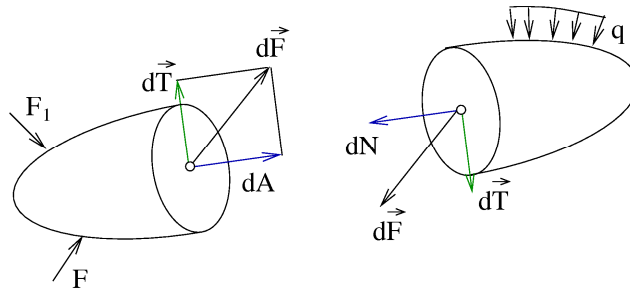
1. Tělesa jsou z lineárně – pružné látky, tj. deformace jsou přímo úměrné zatížení. Pokud se zatížení vrátí na počáteční hodnoty (na nulu), vrátí se na počáteční hodnoty (nula) rovněž deformace.
2. Materiál je homogenní a izotropní, tj. má stejné vlastnosti v libovolném místě (homogennost) a v libovolném směru (izotropie).
3. Posuvy a deformace jsou malé (řádu $10^{-4} - 10^{-5}$) ve srovnání s rozměry těles.
4. Předpokládá se statické působení sil (z úvah je vyloučen čas)

Síly – z hlediska pružnosti a pevnosti rozlišujeme vnější a vnitřní síly.

Vnější síly se přenášejí na tělesa buď stykem s jinými tělesy nebo působením polí. Rozlišujeme je na povrchové a objemové.

Povrchové síly (působení jiných těles) se dělí na osamělé síly (působí v bodě) a spojitá obtížení (síla rozložená podél linie či na ploše). Objemové síly působí v každém elementu objemu tělesa a jsou vyvolávány účinkem polí nebo dynamickými účinky (tíha, ...).

Vnitřní síly nahrazují účinek myšleně odříznuté části tělesa (viz obr)



Vnitřní síly tvoří soustavu sil ekvivalentní se soustavou vnějších sil působících na odříznutou část. Projevují se jako napětí v řezu, což je vlastně intenzita vnitřních sil, tj. síla vztažená na jednotku plochy.

Napětí je vektor vázaný k bodu, obecně může mít libovolný směr. Poněvadž s takovýmto napětím by se obtížně pracovalo, je účelně rozložit elementární vnitřní sílu $d\vec{F}$ do směru normály ($d\vec{N}$) a tečny ($d\vec{T}$) k řezu. Potom definujeme napětí takto

Obecné
$$\vec{\sigma} = \frac{d\vec{F}}{dA},$$

normálové
$$\sigma = \frac{dN}{dA} \dots \text{ má směr normály k řezu,}$$

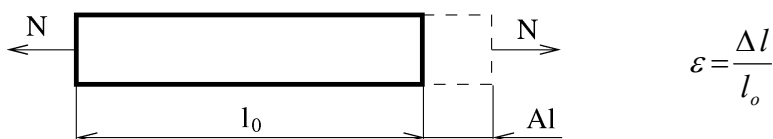
smykové, též tečné či tangenciální $\tau = \frac{dT}{dA}$ leží v rovině řezu.

Jednotka napětí je $1Pa = \frac{1N}{1m^2}$. Jelikož je takto jednotka velmi malá, používá se v technice zpravidla $1MPa$.

$$1MPa = 1 \cdot 10^6 Pa = \frac{1 \cdot 10^6 N}{1m^2} = \frac{1MN}{1m^2} = \frac{1N}{1mm^2}$$

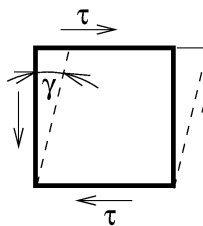
Poměrné prodloužení

Mějme prut délky l_0 , který se působením normálové síly prodlouží o Δl . Poměrné prodloužení ε je pak definováno jako změna délky Δl ku původní délce l_0

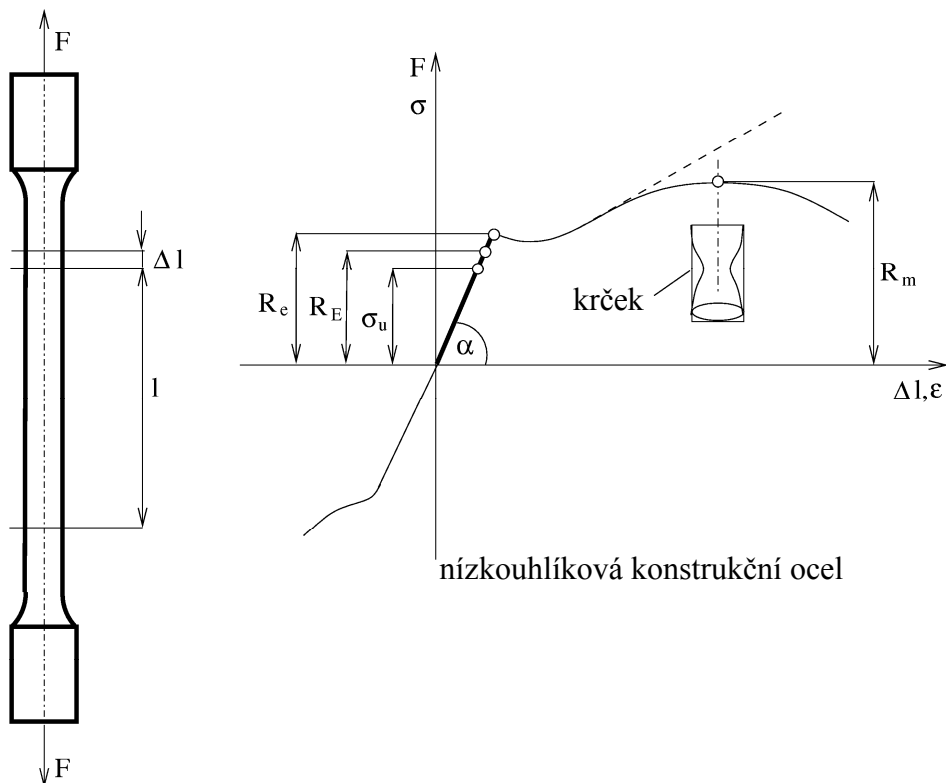


Zkos

Mějme krychličku, v jejíž stěnách působí smyková napětí τ . Zkos (poměrný zkos) je pak definován jako změna původně pravého úhlu.



Tahový diagram je záznam závislosti síly na celkovém prodloužení zkušební vzorku nebo, což je častější, smluvního napětí, tj. síly vztažené k počátečnímu průřezu na poměrném prodloužení.



Smluvní napětí $\sigma = \frac{F}{A_0}$, poměrné prodloužení $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$

V diagramu jsou označeny:

σ_u - mez úměrnosti – do této hodnoty je závislost $\sigma - \varepsilon$ lineární

R_E - mez pružnosti – při odlehčení nabude vzorek původního tvaru a rozměru – nenastanou trvalé deformace. Nad touto hodnotou se objevuje trvalá (plastická deformace)

R_e - mez kluzu – při v podstatě neměnicím se zatížení dochází k značnému rozvoji plastické deformace – materiál „teče“

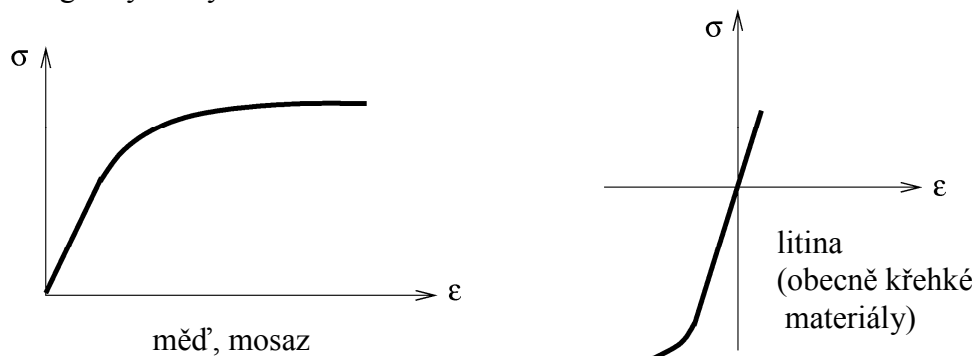
R_m - mez pevnosti - nejvyšší napětí, při jeho dosažení dojde k porušení vzorku

Pozn. Skutečná, tzv. kohezní pevnost materiálu je vyšší. Jak je patrné z grafu, síla sice klesá, ale v důsledku tvorby krčku se zmenšuje skutečný průřez A , takže poměr $\sigma_{skut} = \frac{F}{A_{skut}}$

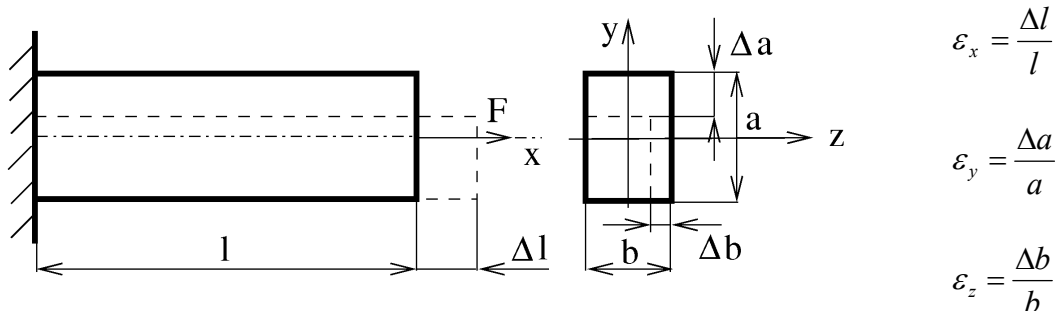
neustále roste. Toto napětí je zajímavé při studiu materiálu, pro konstruktéra, který pracuje s počátečními rozměry, je důležité napětí smluvní.

Hookeův zákon vyjadřuje lineární závislost $\sigma - \varepsilon$ v počáteční části diagramu, $\sigma = E \cdot \varepsilon$, $E = \tan \alpha$ - viz. obr, platí do meze úměrnosti

Tahové diagramy různých materiálů



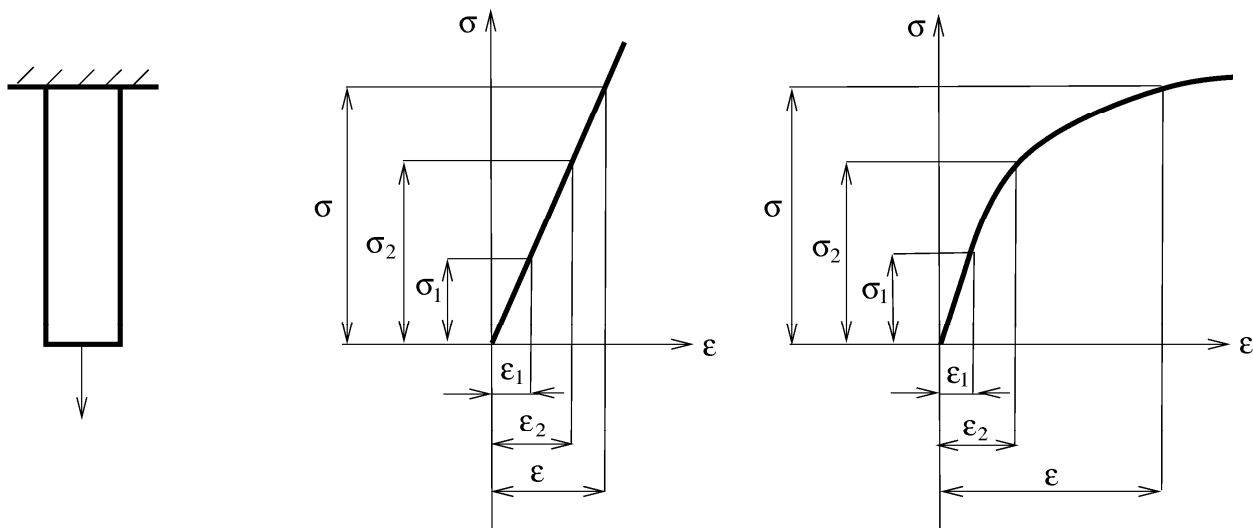
Příčná deformace – Poissonovo číslo ν resp. μ vyjadřuje vztah mezi podélnou deformací a příčnou deformací taženého prutu.



Platí $\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} = -\nu$, tedy $\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\nu\varepsilon_x$

Princip superpozice napětí a deformace

Působí-li na prut síla F rovna součtu sil $F_1 + F_2$, lze vyšetřovat nejprve účinky od síly F_1 a poté od síly F_2 . Výsledné napětí pak získáme jako součet napětí od 1. a 2. síly $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$. Platí-li Hookeův zákon, lze takto získat i deformace $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$. Pokud není lineární závislost mezi zatížením a deformací, princip superpozic pro deformace neplatí.



$$F = F_1 + F_2$$

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$$

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

$$\varepsilon \neq \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

Saint-Venantův princip – napjatost a deformace jsou ovlivněny způsobem aplikace síly pouze lokálně. To znamená, že v dostatečné vzdálenosti od místa zatížení stav napjatosti a deformace není ovlivněn způsobem zatížení.

