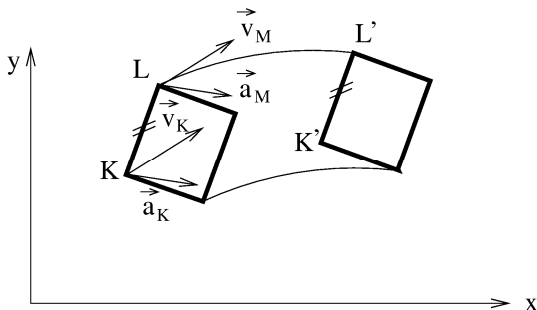


Kinematika a dynamika tělesa

V kinematice tělesa rozebereme tři druhy pohybu: posuvný pohyb tělesa, rotační pohyb tělesa, obecný rovinný pohyb

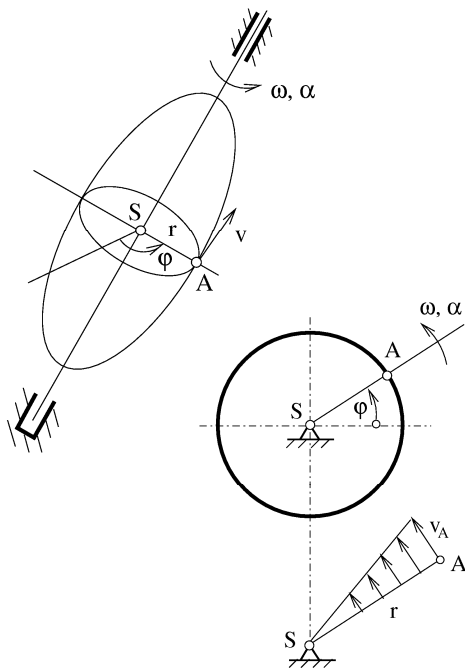
Posuvný pohyb tělesa



Při posuvném pohybu spojnice libovolných bodů tělesa zůstává rovnoběžná ($KL \parallel K'L'$). Trajektorie všech bodů jsou vzájemně posunuté křivky. Rychlost a zrychlení všech bodů jsou stejné.

Posuvný pohyb tělesa vyšetřujeme jako pohyb bodu (např. střediska).

Rotační pohyb tělesa



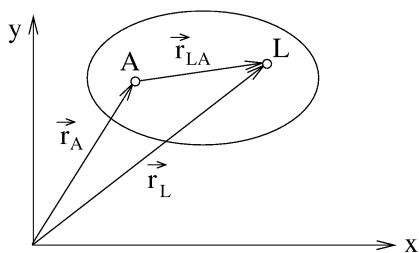
Při rotačním pohybu tělesa se všechny body pohybují po kružnicích se středem na ose rotace. Úhlová rychlost ω všech bodů je stejná. Úhlové zrychlení α všech bodů je stejné.

Rotační pohyb tělesa vyšetřujeme jako pohyb bodu po kružnici

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}; \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{d(\omega^2)}{2d\varphi}$$

$$v_A = r \cdot \omega, \quad a_{A_t} = r \alpha, \quad a_{A_n} = r \omega^2$$

Obecný rovinný pohyb



Popišme polohu jednotlivých bodů tělesa pomocí odpovídajících radiusvektorů. Lze psát

$$\vec{r}_L = \vec{r}_A + \vec{r}_{LA}$$

Rychlosti a zrychlení určíme pak derivací radiusvektoru podle času

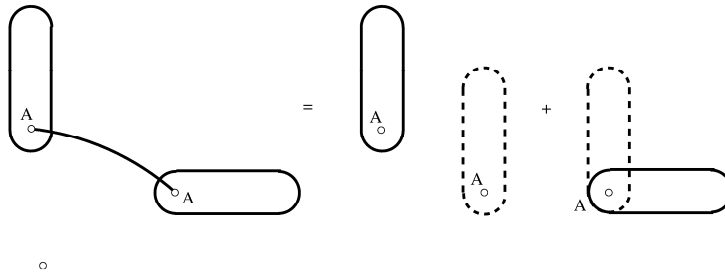
$$\vec{v}_L = \dot{\vec{r}}_L = \dot{\vec{r}}_A + \dot{\vec{r}}_{LA} = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{r}_{LA}$$

$\dot{\vec{r}}_A = \vec{v}_A$ vyjadřuje rychlost posuvného pohybu úsečky AL a tedy celého tělesa

$\dot{\vec{r}}_{LA}$ vyjadřuje rychlost rotačního pohybu bodu L při otáčení kolem bodu A

$$\vec{a}_L = \dot{\vec{v}}_L = \dot{\vec{v}}_A + \frac{d}{dt}(\vec{\omega} \times \vec{r}_{LA}) = \vec{a}_A + \vec{\alpha} \times \vec{r}_{LA} - \vec{r}_{LA} \cdot \vec{\omega}^2,$$

\vec{a}_A je zrychlení posuvného pohybu úsečky AL a tedy celého tělesa, $(\vec{\alpha} \times \vec{r}_{LA})$ a $(-\vec{r}_{LA} \cdot \vec{\omega}^2)$ je tečné resp. normálové zrychlení bodu L při rotaci kolem bodu A . Na základě výše uvedeného odvození lze tedy obecný rovinný pohyb rozložit na unášivý pohyb posuvný a relativní pohyb rotační. Tomuto rozkladu se říká základní rozklad



obecný rovinný pohyb = unášivý pohyb posuvný + relativní pohyb rotační

Při základním rozkladu bodu platí rychlost libovolného bodu je součtem rychlostí unášivého a relativního pohybu

$$\vec{v} = \vec{v}_{un} + \vec{v}_{rel}$$

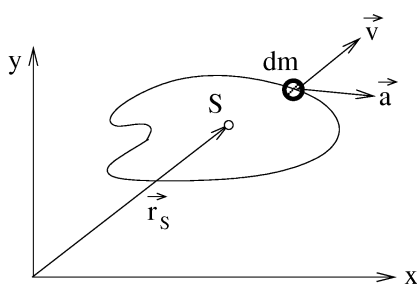
Zrychlení libovolného bodu je součtem zrychlení unášivého a relativního pohybu

$$\vec{a} = \vec{a}_{un} + \vec{a}_{rel}$$

V dynamice tělesa rozebereme opět tři případy:

těleso konající posuvný pohyb, těleso konající rotační pohyb, těleso konající obecný rovinný pohyb

Posuvný pohyb tělesa



Hybnost elementu dm bude $d\vec{H} = dm \cdot \vec{v}$, kinetická energie $dE = \frac{1}{2} dm v^2$. Poněvadž rychlost i zrychlení všech bodů jsou stejné, bude hybnost $\vec{H} = \int d\vec{H} = \int \vec{v} dm = m\vec{v} = m\vec{v}_S$, S je středisko hmotnosti tělesa, kinetická energie pak

$$E = \int dE = \int \frac{1}{2} dm v^2 = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v_S^2.$$

Pohybová rovnice při posuvném pohybu tělesa má tvar

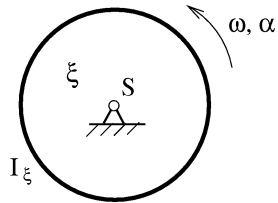
$$m\vec{a}_S = \sum \vec{F}_i.$$

Posuvný pohyb tělesa vyšetřujeme jako pohyb hmotného bodu, který je totožný se střediskem hmotnosti a do něhož je soustředěná celá hmotnost.

Rotační pohyb tělesa

Uvažujeme dva případy

a) rotace kolem hlavní centrální osy

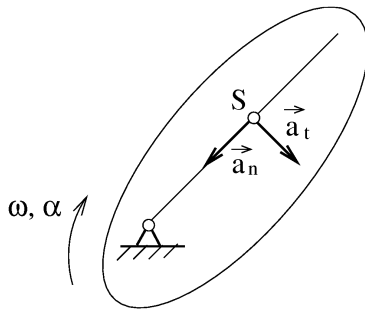


$$E = \frac{1}{2} I_{\xi} \omega^2$$

Pohybová rovnice

$$I_{\xi} \alpha = \sum M_{i\xi}$$

b) rotace kolem hlavní osy



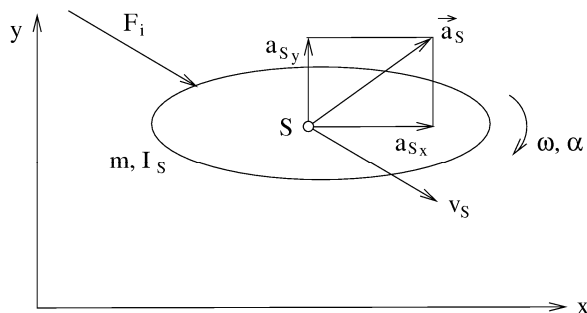
Pohybové rovnice

$$ma_t = \sum F_{i_t}$$

$$ma_n = \sum F_{i_n}$$

$$I_{\xi} \alpha = \sum M_{i\xi}$$

Obecný rovinný pohyb



Pro řešení obecného rovinného pohybu tělesa využijeme základní rozklad na unášivý posuvný pohyb střediska a relativní rotační pohyb kolem střediska (rotace kolem hlavní centrální osy).

Kinetická energie je součtem energie obou pohybů

$$E = \frac{1}{2} m v_s^2 + \frac{1}{2} I_s \omega^2 .$$

Pohybové rovnice mají tvar

$$ma_{s_x} = \sum F_{i_x} , \quad ma_{s_y} = \sum F_{i_y} , \quad I_s \alpha = \sum M_{i_s} .$$