Silové soustavy

Zaveďme pojmy:

Náhrada silové soustavy - náhradou rozumíme jinou jednodušší silovou soustavu, např. sílu a moment, jejíž pohybný (posuvný i otáčivý) účinek je stejný jako u původní soustavy. V případě, že lze soustavu nahradit jedinou silou, mluvíme o výslednici.

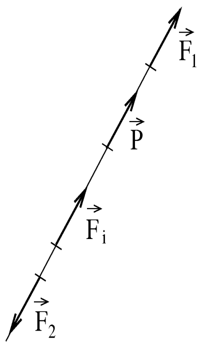
Rovnováha

Je-li náhradou soustavy nulová síla a nulový moment, je soustava v rovnováze (rovnovážná soustava)

Ekvivalence

Mají-li dvě silové soustavy stejnou náhradu, hovoříme o ekvivalentních soustavách

I. Síly na jedné nositelce



Síly na jedné nositelce lze nahradit jedinou silou. Její velikost určíme

$$P = \sum_{i=1}^{n} F_i = 0 \quad \text{.... podmínka náhrady.}$$

Podmínka rovnováhy je

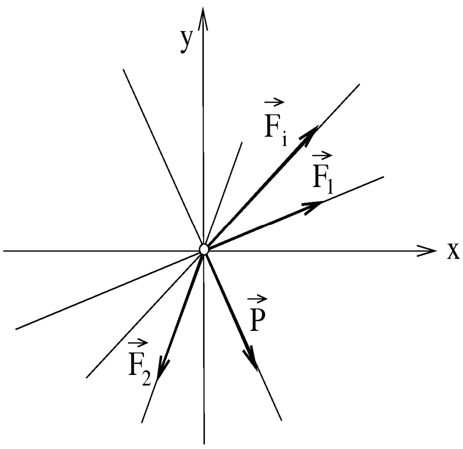
$$\sum_{i=1}^{n} F_i = 0$$

a podmínka ekvivalence

$$\sum_{i=1}^{n} F_i = \sum_{j=1}^{m} Q_j \ .$$

II. Rovinná soustava sil o společném působišti

je soustava sil, jejichž nositelky leží v jedné rovině a protínají se v jednom bodě.
Náhradou takovéto soustavy je jediná síla ve společném působišti.



Podmínky pro určení náhrady

$$P_x = \sum_{i=1}^{n} F_{i_x} \ ,$$

$$P_y = \sum_{i=1}^{n} F_{i_y} \ .$$

Podmínky rovnováhy

$$\sum_{i=1}^{n} F_{i_x} = 0 \,,$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_{i_y} = 0 \,.$$

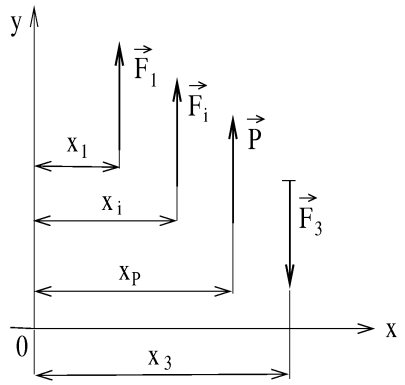
Podmínky ekvivalence

$$\sum_{i=1}^{n} F_{i_x} = \sum_{j=1}^{m} Q_{j_x} \,,$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_{i_y} = \sum_{j=1}^{m} Q_{j_y} \,.$$

III. Rovinná soustava rovnoběžných sil

je tvořena silami ležícími v jedné rovině a rovnoběžnými s daným směrem (např. osou *y*)



Náhradou je síla na nositelce rovnoběžně s daným směrem. Je nutno určit velikost síly i polohu nositelky.

Podmínky náhrady

$$P = \sum_{i=1}^{n} F_i \quad \text{.....složková podmínka,}$$

$$P \cdot x_p = \sum_{i=1}^{n} F_i \, x_i \quad \text{.....momentová podmínka.}$$

Podmínka rovnováhy

$$\sum_{i=1}^{n} F_i = 0 \,,$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_i \, x_i = 0 \,.$$

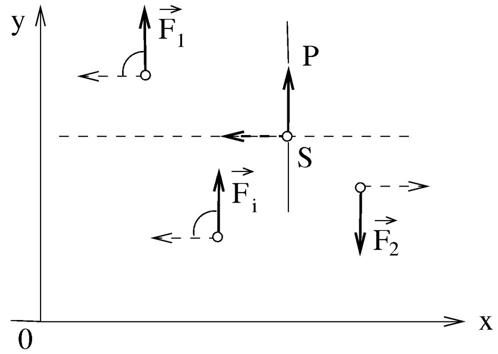
Podmínky ekvivalence

$$\sum_{i=1}^{n} F_i = \sum_{j=1}^{m} Q_j \,,$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_i x_i = \sum_{j=1}^{m} Q_j x_j \,.$$

Středisko rovnoběžných sil

Mějme soustavu rovnoběžných sil F_i (např. s osou y) působících v bodě $A_i\left[x_i, y_i\right]$ viz. obr. Výslednicí a polohou její nositelky určíme podle výše uvedených vztahů, tj.



$$P = \sum F_i \ , \ P \cdot x_s = \sum F_i \ x_i$$

Pootočíme nyní všechny síly ve stejném smyslu (např. proti směru hodinových ručiček) v stejný úhel (např. o $\dfrac{\pi}{2}$). Dostaneme soustavu sil rovnoběžných s osou *x*. Její výslednice bude mít stejnou velikost a bude ležet na nositelce ve vzdálenosti y_s od osy *x*, přičemž musí platit

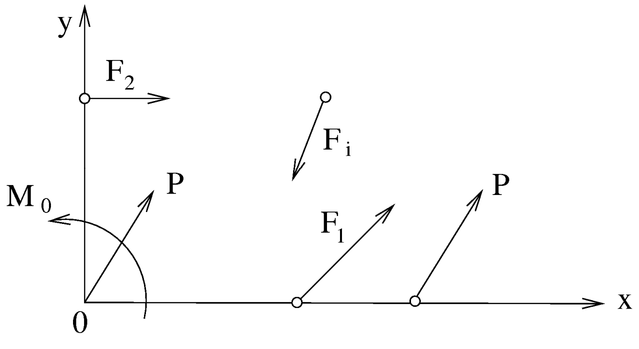
$$P \cdot y_s = \sum F_i \cdot y_i \ .$$

Střediskem rovnoběžných sil je pak průsečík těchto nositelek tj. bod $S[x_s, y_s]$.

Lze ukázat, že nositelka výslednicí *P* bude procházet tímto bodem při jakémkoliv úhlu pootočení rovnoběžné soustavy. (Srovnej středisko ploch resp. hmot z partie geometrické charakteristiky ploch a hmot)

IV. Obecná rovinná soustava sil

je soustava sil ležících v jedné rovině, jejichž nositelky se neprotínají v jednom bodě. Pro takovouto soustavu lze psát tři podmínky náhrady (rovnováhy, ekvivalence).



Obecnou rovinnou soustavou sil lze nahradit v libovolném bodě silou a momentem (např. v počátku souřadnicového systému). Podmínky náhrady jsou

$P_x = \sum F_{ix}$ .....složková podmínky ve směru *x*,

$P_y = \sum F_{iy}$ …..složková podmínka ve směru *y*,

$M_o = \sum M_{io}$ …..momentová podmínka k bodu *O*.

Jednu nebo obě složkové podmínky lze nahradit podmínkami momentovými k různým bodům. Při použití momentových podmínek ke třem bodům nesmí tyto body ležet v jedné přímce.
Vezmeme-li v úvahu větu o posunutí síly na rovnoběžnou nositelku, resp. větu duální, lze sílu a moment nahradit jedinou silou.
Lze tedy nahradit obecnou rovinnou soustavou sil výslednicí P, jejíž nositelka protíná osu x v bodě $[x_p, o]$. Podmínky náhrady pak jsou

$$P_x = \sum F_{i_x} ,$$

$$P_y = \sum F_{i_y} ,$$

$$P_y \cdot x_p = \sum M_{io} = \sum \left(F_{i_y} \cdot x_i - F_{i_x} \cdot y_i \right).$$

Podmínky rovnováhy jsou

$$\sum F_{i_x} = 0 ,$$

$$\sum F_{i_y} = 0 ,$$

$$\sum M_{i_o} = \sum \left(F_{i_y} x_i - F_{i_x} y_i \right) = 0 .$$

a podmínky ekvivalence

$$\sum F_{i_x} = \sum Q_{j_x} ,$$

$$\sum F_{i_y} = \sum Q_{j_y} ,$$

$$\sum \mathrm{M}_{\mathrm{i_o}} = \sum M_{j_o} .$$

V případě obecné prostorové soustavě můžeme psát 6 podmínek rovnováhy ve tvaru

$$\sum F_{i_x} = 0 ,\ \sum F_{i_y} = 0 ,\ \sum F_{i_z} = 0 ,$$

$$\sum M_{i_x} = 0 ,\ \sum M_{i_y} = 0 ,\ \sum M_{i_z} = 0 .$$

Obdobně podmínky náhrady a ekvivalence.