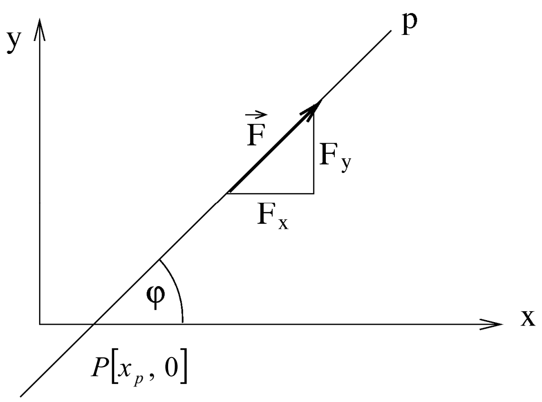
Základní pojmy

Síla je vektor, který udílí hmotnému bodu o hmotnosti m zrychlení $\vec{a}$

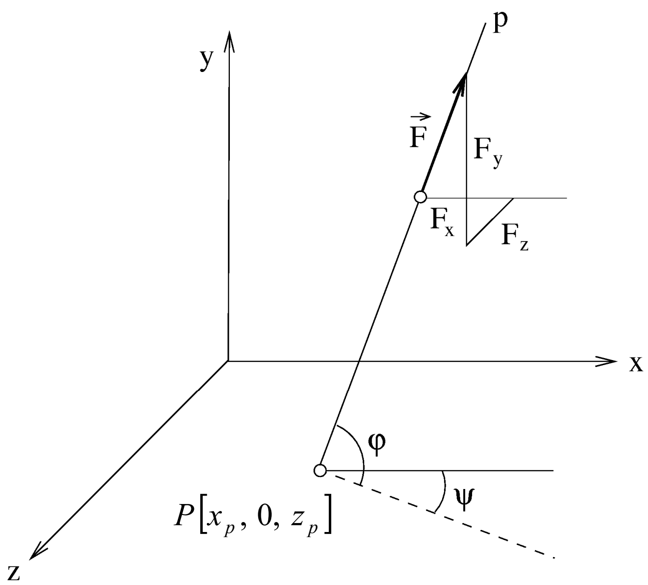
$$\vec{F} = m\vec{a} \; [N].$$

Vyjadřuje, jak na těleso působí jiné těleso nebo pole. Je to vektor vázaný na přímku (nositelku).
Určení síly. Poněvadž síla je vektor vázaný na nositelku, je nutno určit nejen velikost a směr, ale i polohu nositelky. K určení síly v rovině potřebujeme 3 prvky, v prostoru 5 prvků. Obojí je patrno z následujících obrázků.



$\vec{F}\left[F,\ \varphi, x_p\right]$ nebo $\left[F_x,\ F_y,\ x_p\right]$

Síla v rovině



$\vec{F}\left[F,\ \varphi, \psi, x_p,\ z_p\right]$ nebo $\left[F_x,\ F_y,\ F_z,\ x_p,\ z_p\right]$

Vzájemnou vazbu mezi jednotlivými prvky lze snadno určit z geometrie, např.

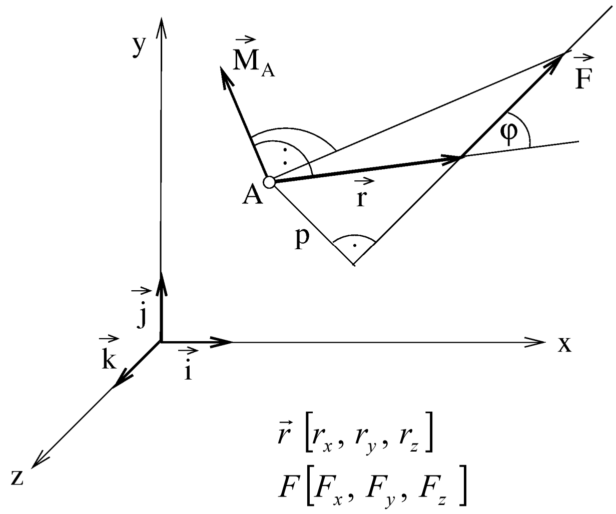
$$F_x = F \cdot \cos\varphi \cdot \cos\psi$$

$$F_y = F \cdot \sin\psi$$

$$F_z = F \cdot \cos\varphi \cdot \sin\psi$$

Momenty síly k bodu je vektor vyjadřující otáčivý účinek síly, je definován jeho vektorový součin

$$\vec{M} = \vec{r} \ x \ \vec{F}$$



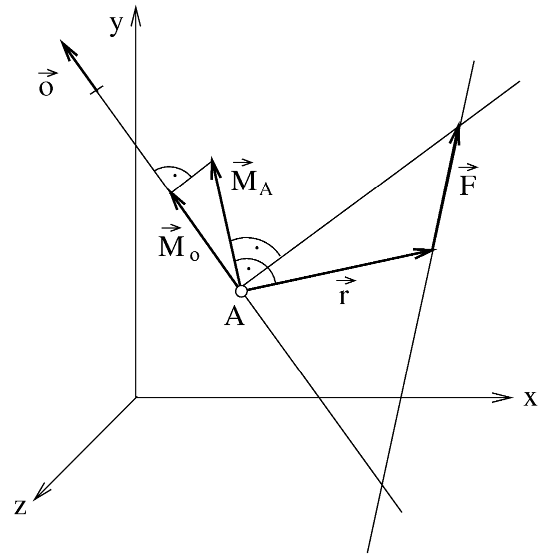
$$\vec{M}a = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$\vec{r}\,[r_x, r_y, r_z]$$
$$F[F_x, F_y, F_z]$$

$$M_A = |\vec{M}_A| = r \cdot F \cdot \sin\varphi = F \cdot r \cdot \sin\varphi = F \cdot p$$

Velikost momentu spočteme jako součin síly a jejího ramene, což je kolmá vzdálenost bodu od nositelky síly (vzdálenost p v obr.)

Moment síly k ose vyjadřuje otáčivý účinek síly vůči ose. Vypočte se jako moment k libovolnému bodu osy a poté se tento vektor promítne do směru osy (využijeme jednotkový vektor osy $\vec{o}$).



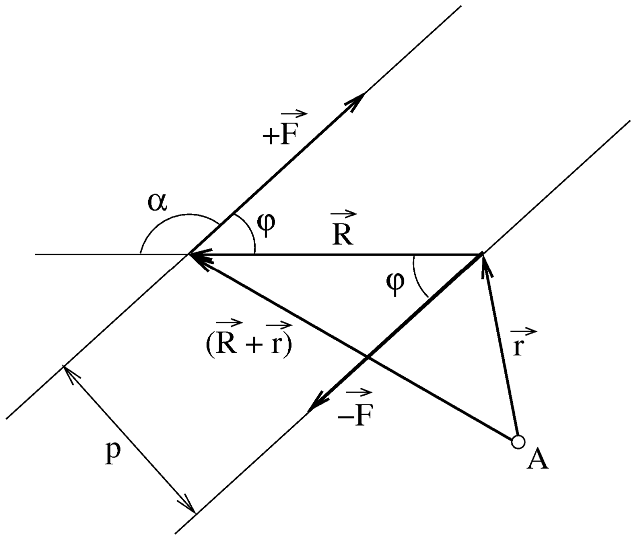
$$\vec{M}_o = \vec{o} \cdot \left[\vec{o} \cdot \left(\vec{r} \times \vec{F}\right)\right]$$

Silová dvojice jsou dvě stejně veliké síly na rovnoběžných nositelkách, opačně orientované. Výsledným účinkem silové dvojice je moment, který má stejnou velikost k libovolnému bodu. Moment dvojice sil je volný vektor

$$\vec{M}_A = \vec{r} \times \left(-\vec{F}\right) + \left(\vec{R} + \vec{r}\right) \times \vec{F} \quad ,$$

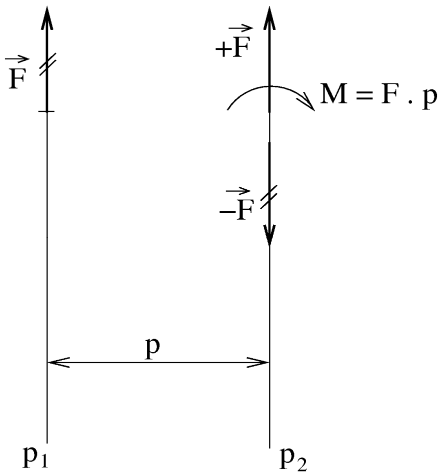
$$\vec{M}_A = \vec{R} \times \vec{F} \,,$$

$$M = |\vec{M}| = R \cdot F \cdot \sin\alpha = R \cdot F \cdot \sin(\pi - \alpha) = R \cdot F \cdot \sin\varphi = F \cdot R \cdot \sin\varphi = F \cdot p \,,$$



p….kolmá vzdálenost rovnoběžných nositelek

Posunutí síly na rovnoběžnou nositelku. Mějmě dvě rovnoběžné přímky p_1, p_2, jejichž vzdálenost je p. Na nositelce p_1 působí síla $\vec{F}$. Úkol - přemístit sílu *F* na nositelku p_2.

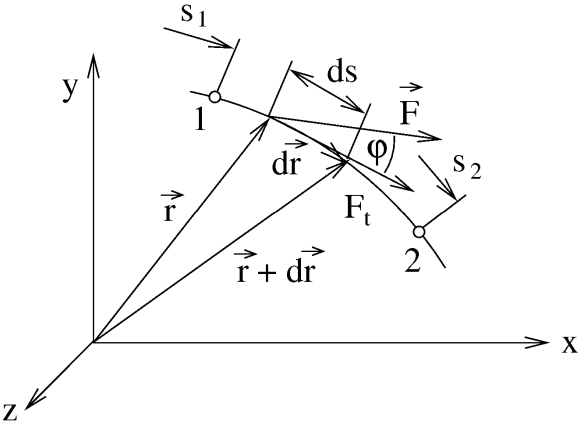


Připojíme k síle $\vec{F}$ na nositelce p_1 dvě stejně veliké opačně orientované síly $+\vec{F}$ a $-\vec{F}$ na nositelce p_2. Síly $\vec{F}$ na p_1 a $-\vec{F}$ na p_2, tvoří dvojici sil o momentu *M*, jehož velikost je $M = F\,.\,p$. Výsledkem celé operace je tedy síla *F* na p_2 a moment *M* o velikosti $F\,.\,p$.

Věta: Při přemístění síly *F* na rovnoběžnou nositelku je nutno k této síle připojit moment *M* o velikosti $M = F\,.\,p$.

Duální věta: Složením síly *F* a momentu *M* obdržíme sílu *F* posunutou na rovnoběžnou nositelku. Velikost posunutí je $p = \dfrac{M}{F}$.

Práce síly je definována jako skalární součin síly a dráhy, po níž se síla pohybuje.



$$dW = \vec{F}\cdot d\vec{r} = F\cdot ds\cdot\cos\varphi = F_t\, ds\,,$$

$$F_t = F\cdot\cos\varphi$$

velikost složky síly do tečny k dráze

Práce při přemístění z bodu 1 do bodu 2

$$W=\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2}\vec{F}\cdot dr=\int_{s_1}^{s_2}F_t\cdot ds\ .$$

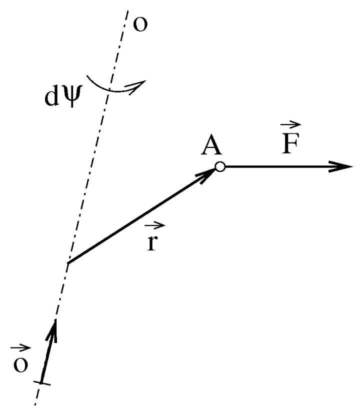
V případě konstantní velikosti tečné složky síly F_t po dráze *s* bude rovna součinu

$$W=F_t\cdot s\ .$$

Jednotka práce je [*J*] = [*kg m*^{2} *s*-^{2}]

Práce momentu

Mějme sílu *F* působící v bodě *A*, jenž se otáčí kolem osy *o* (viz obr.) s jednotkovým vektorem $\vec{o}$. Při pootočení bodu A o $d\psi$ vykoná síla $\vec{F}$ práci o velikosti $dW=\vec{F}\cdot d\vec{r}$, kde $d\vec{r}$ lze vyjádřit jako $d\vec{r}=d\vec{\psi}\times\vec{r}=d\psi\cdot\vec{o}\times\vec{r}$.



Bude tedy

$$dW=\vec{F}\cdot\left(d\psi\cdot\vec{o}\times\vec{r}\right)\ .$$

S použitím vztahu

$$\vec{A}\left(\vec{B}\times\vec{C}\right)=\vec{B}\left(\vec{C}\times\vec{A}\right)$$

dostáváme

$$dW=d\psi\cdot\vec{o}\cdot\left(\vec{r}\times\vec{F}\right)=M_o\,d\psi$$

(viz moment síly k ose), a pro práci momentu při pootočení z pozice ψ_1 do ψ_2 pak

$$W=\int_{\psi_1}^{\psi_2}M\,d\psi\ .$$

Výkon je definován jako derivace práce podle času. Jednotkou výkonu je watt

$$P=\frac{dW}{dt}\qquad [W]=\left[kg\,m^2\,s^{-3}\right].$$

Vezmeme-li v úvahu vyjádření práce $dW=\vec{F}\cdot d\vec{r}$, resp. $\vec{M}_o\,d\vec{\psi}$, lze psát

$$P=\frac{\vec{F}d\vec{r}}{dt}=\vec{F}\cdot\vec{v}\ \text{, kde } \vec{v} \text{ je rychlost resp.,}$$

$$P=\frac{\vec{M}\cdot d\vec{\psi}}{dt}=\vec{M}\cdot\vec{\omega}\ \text{, kde } \vec{\omega} \text{ je úhlová rychlost.}$$

Účinnosti vyjadřuje efektivní přeměny energie

$$\eta=\frac{P_2}{P_1}<1\ ,$$

kde P_2 je výkon získaný přeměnou, P_1 je výkon vynaložený na přeměnu.