Válcové nádoby

Drahomír Rychecký

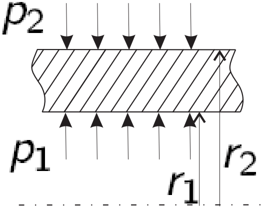
Nabídka

- Válcové nádoby
  - Nádoba bez den (otevřená) a se dny (uzavřená)
    - Obecná úloha zde
    - Tlak působící na vnitřním poloměru r_1 zde
    - Tlak působící na vnějším poloměru r_2 zde
    - Tlak působící na poloměru vnitřním r_1 a vnějším r_2 $p_1 > p_2$ zde
    - Tlak působící na poloměru vnitřním r_1 a vnějším r_2 $p_1 < p_2$ zde

Válcové nádoby - obecná úloha

Silnostěnné válcové nádoby se chovají jako rotační kotouče s úhlovou rychlostí $\omega = 0$. Vyjdeme ze shodných vztahů jako pro rotační kotouče, pouze budeme uvažovat, že se neotáčejí. Válcové nádoby se dělí na nádoby se dnem a bez dna ("nekonečné roury"). Pro snadnou orientaci budou vztahy pro nádoby bez den a se dny uvedeny vedle sebe.

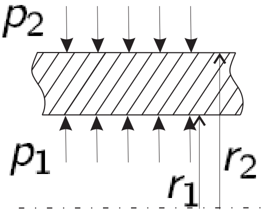
Nádoba bez dna



Obrázek: Působící tlaky na nádobu bez dna.

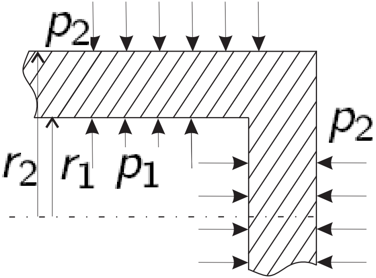
Válcové nádoby - obecná úloha

Nádoba bez dna



Obrázek: Působící tlaky na nádobu bez dna.

Nádoba se dnem



Obrázek: Působící tlaky na nádobu se dnem.

Válcové nádoby - obecná úloha

Dosazením nulové rychlosti vypadne ze vztahů pro rotující kotouče prostřední člen $D_\omega(3+\nu)x^2$ a obdržíme tedy vztahy, které jsou shodné pro oba případy:

Nádoba bez dna

$$\begin{aligned} \sigma_t &= D_1 + \frac{D_2}{x^2}, \\ \sigma_r &= D_1 - \frac{D_2}{x^2}. \end{aligned} \qquad (1)$$

Válcové nádoby - obecná úloha

Dosazením nulové rychlosti vypadne ze vztahů pro rotující kotouče prostřední člen $D_\omega(3+\nu)x^2$ a obdržíme tedy vztahy, které jsou shodné pro oba případy:

Nádoba bez dna

$$\begin{aligned} \sigma_t &= D_1 + \frac{D_2}{x^2}, \\ \sigma_r &= D_1 - \frac{D_2}{x^2}. \end{aligned} \tag{1}$$

Nádoba se dnem

$$\begin{aligned} \sigma_t &= D_1 + \frac{D_2}{x^2}, \\ \sigma_r &= D_1 - \frac{D_2}{x^2}. \end{aligned} \tag{2}$$

Vliv dna se projeví ve směru osového napětí (viz. dále).

Válcové nádoby - Určení integračních konstant D_1 a D_2

Ze znalosti velikosti tlaků působících uvnitř a vně nádoby určíme integrační konstanty. Vzhledem k tomu, že p_1 a p_2 vyvolávají tlakové napětí, dosazujeme je do okrajových podmínek se záporným znaménkem:

Nádoba bez dna

- pro $x = r_1$ obdržíme
  $\sigma_r(r_1) = -p_1$, tj.

$$-p_1 = D_1 - \frac{D_2}{r_1^2}. \qquad (3)$$

- pro $x = r_2$ obdržíme
  $\sigma_r(r_2) = -p_2$, tj.

$$-p_2 = D_1 - \frac{D_2}{r_2^2}. \qquad (4)$$

Válcové nádoby - Určení integračních konstant D_1 a D_2

Ze znalosti velikosti tlaků působících uvnitř a vně nádoby určíme integrační konstanty. Vzhledem k tomu, že p_1 a p_2 vyvolávají tlakové napětí, dosazujeme je do okrajových podmínek se záporným znaménkem:

Nádoba bez dna

- pro $x = r_1$ obdržíme $\sigma_r(r_1) = -p_1$, tj.

$$-p_1 = D_1 - \frac{D_2}{r_1^2}. \qquad (3)$$

- pro $x = r_2$ obdržíme $\sigma_r(r_2) = -p_2$, tj.

$$-p_2 = D_1 - \frac{D_2}{r_2^2}. \qquad (4)$$

Nádoba se dnem

- pro $x = r_1$ obdržíme $\sigma_r(r_1) = -p_1$, tj.

$$-p_1 = D_1 - \frac{D_2}{r_1^2}. \qquad (5)$$

- pro $x = r_2$ obdržíme $\sigma_r(r_2) = -p_2$, tj.

$$-p_2 = D_1 - \frac{D_2}{r_2^2}. \qquad (6)$$

Válcové nádoby - Určení integračních konstant D_1 a D_2

Nádoba bez dna

$$D_1 = \frac{p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2},$$

$$D_2 = (p_1 - p_2)\frac{r_2^2 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}. \quad (7)$$

Válcové nádoby - Určení integračních konstant D_1 a D_2

Nádoba bez dna

$$D_1 = \frac{p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2},$$

$$D_2 = (p_1 - p_2)\frac{r_2^2 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}. \quad (7)$$

Nádoba se dnem

$$D_1 = \frac{p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2},$$

$$D_2 = (p_1 - p_2)\frac{r_2^2 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}. \quad (8)$$

Tlaky působící na dno vyvolají ve stěně nádoby axiální sílu N a osové napětí σ_o.

$$N = p_1 \pi r_1^2 - p_2 \pi r_2^2,$$

$$\sigma_o = \frac{N}{A} = \frac{p_1 \pi r_1^2 - p_2 \pi r_2^2}{\pi r_2^2 - \pi r_1^2} = D_1.$$

Válcové nádoby - Dosazení integračních konstant D_1 a D_2

Uvažujme, že tlak $p_1 > p_2$. S opačným případem se seznámíme dále. Stanovme pro tento případ velikosti hlavních napětí na vnitřním a vnějším poloměru nádoby.

Nádoba bez dna

- pro $x = r_1$

$$\begin{aligned} \sigma_{t_1} &= 2D_1 + p_1, \\ \sigma_{r_1} &= -p_1. \end{aligned} \qquad (9)$$

- pro $x = r_2$

$$\begin{aligned} \sigma_{t_2} &= 2D_1 + p_2, \\ \sigma_{r_2} &= -p_2. \end{aligned} \qquad (10)$$

Válcové nádoby - Dosazení integračních konstant D_1 a D_2

Uvažujme, že tlak $p_1 > p_2$. S opačným případem se seznámíme dále. Stanovme pro tento případ velikosti hlavních napětí na vnitřním a vnějším poloměru nádoby.

Nádoba bez dna

- pro $x = r_1$

$$\begin{aligned} \sigma_{t_1} &= 2D_1 + p_1, \\ \sigma_{r_1} &= -p_1. \end{aligned} \tag{9}$$

- pro $x = r_2$

$$\begin{aligned} \sigma_{t_2} &= 2D_1 + p_2, \\ \sigma_{r_2} &= -p_2. \end{aligned} \tag{10}$$

Nádoba se dnem

- pro $x = r_1$

$$\begin{aligned} \sigma_{t_1} &= 2D_1 + p_1, \\ \sigma_{r_1} &= -p_1. \end{aligned} \tag{11}$$

- pro $x = r_2$

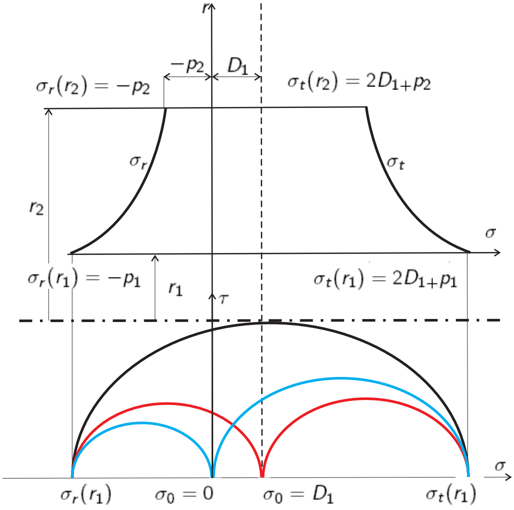
$$\begin{aligned} \sigma_{t_2} &= 2D_1 + p_2, \\ \sigma_{r_2} &= -p_2. \end{aligned} \tag{12}$$

Na libovolném poloměru platí $\sigma_r + \sigma_t = 2D_1$.

Válcové nádoby - Příklady výpočtu

Využitím vztahů (1), resp. (2), při dosazení integračních konstant (7), resp. (8), můžeme zobrazit průběhy radiálního a tečného napětí. Vliv dna se projeví až v Moohrově diagramu pro prostorovou napjatost. Modře je znázorněn diagram pro otevřenou nádobu, červeně pak pro uzavřenou.

Válcové nádoby - Příklady výpočtu

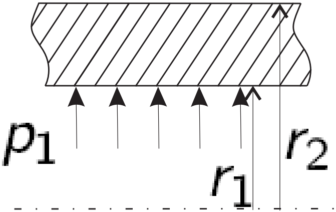


Obrázek: Průběh napětí pro válcové nádoby, když $p_1 > p_2$.

Válcové nádoby - Závěr

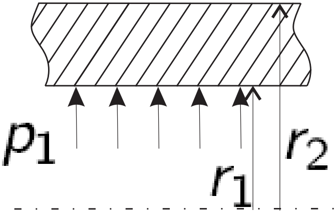
Pro návrat na začátek výběru klikněte zde.

Nádoba bez dna



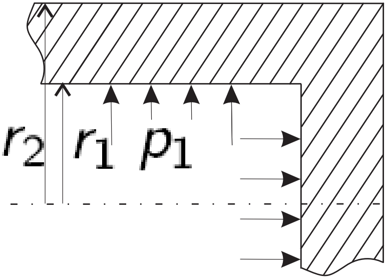
Obrázek: Působení tlaku na r_1 na nádobu bez dna

Nádoba bez dna



Obrázek: Působení tlaku na r_1 na nádobu bez dna

Nádoba se dnem



Obrázek: Působení tlaku na r_1 na nádobu se dnem

Válcové nádoby - Tlak působící na vnitřním poloměru r_1

Dosazením nulové rychlosti vypadne ze vztahů pro rotující kotouče prostřední člen $D_\omega(3+\nu)x^2$ a obdržíme tedy vztahy, které jsou shodné pro oba případy:

Nádoba bez dna

$$\begin{aligned} \sigma_t &= D_1 + \frac{D_2}{x^2}, \\ \sigma_r &= D_1 - \frac{D_2}{x^2}. \quad (13) \end{aligned}$$

Válcové nádoby - Tlak působící na vnitřním poloměru r_1

Dosazením nulové rychlosti vypadne ze vztahů pro rotující kotouče prostřední člen $D_\omega(3+\nu)x^2$ a obdržíme tedy vztahy, které jsou shodné pro oba případy:

Nádoba bez dna

$$\begin{aligned}\sigma_t &= D_1 + \frac{D_2}{x^2},\\ \sigma_r &= D_1 - \frac{D_2}{x^2}.\end{aligned} \tag{13}$$

Nádoba se dnem

$$\begin{aligned}\sigma_t &= D_1 + \frac{D_2}{x^2},\\ \sigma_r &= D_1 - \frac{D_2}{x^2}.\end{aligned} \tag{14}$$

Vliv dna se projeví ve směru osového napětí (viz. dále).

Válcové nádoby - Určení integračních konstant D_1 a D_2

Ze znalosti velikosti tlaků působících uvnitř a vně nádoby určíme integrální konstanty a opět v analogii s kotouči budeme dosazovat pro napětí v radiálním směru.

Nádoba bez dna

- pro $x = r_1$ obdržíme $\sigma_r(r_1) = -p_1$, tj.

$$-p_1 = D_1 - \frac{D_2}{r_1^2}. \quad (15)$$

- pro $x = r_2$ obdržíme $\sigma_r(r_2) = 0$, tj.

$$0 = D_1 - \frac{D_2}{r_2^2}. \quad (16)$$

Válcové nádoby - Určení integračních konstant D_1 a D_2

Ze znalosti velikosti tlaků působících uvnitř a vně nádoby určíme integrální konstanty a opět v analogii s kotouči budeme dosazovat pro napětí v radiálním směru.

Nádoba bez dna

- pro $x = r_1$ obdržíme $\sigma_r(r_1) = -p_1$, tj.

$$-p_1 = D_1 - \frac{D_2}{r_1^2}. \quad (15)$$

- pro $x = r_2$ obdržíme $\sigma_r(r_2) = 0$, tj.

$$0 = D_1 - \frac{D_2}{r_2^2}. \quad (16)$$

Nádoba se dnem

- pro $x = r_1$ obdržíme $\sigma_r(r_1) = -p_1$, tj.

$$-p_1 = D_1 - \frac{D_2}{r_1^2}. \quad (17)$$

- pro $x = r_2$ obdržíme $\sigma_r(r_2) = 0$, tj.

$$0 = D_1 - \frac{D_2}{r_2^2}. \quad (18)$$

Válcové nádoby - Určení integračních konstant D_1 a D_2

Nádoba bez dna

$$D_1 = \frac{p_1 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2},$$
$$D_2 = p_1 \frac{r_2^2 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}. \qquad (19)$$

Válcové nádoby - Určení integračních konstant D_1 a D_2

Nádoba bez dna

$$D_1 = \frac{p_1 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2},$$
$$D_2 = p_1 \frac{r_2^2 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}. \qquad (19)$$

Nádoba se dnem

$$D_1 = \frac{p_1 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2},$$
$$D_2 = p_1 \frac{r_2^2 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}. \qquad (20)$$

Tlak působící na dno vyvolá ve stěně nádoby axiální sílu N a osové napětí.

$$N = p_1 \pi r_1^2,$$
$$\sigma_o = \frac{N}{A} = \frac{p_1 \pi r_1^2}{\pi r_1^2 - \pi r_2^2} = D_1.$$

Válcové nádoby - Dosazení integračních konstant D_1 a D_2

Stanovme pro tento případ velikosti hlavních napětí na vnitřním a vnějším poloměru nádoby.

Nádoba bez dna

- pro $x = r_1$

$$\begin{aligned} \sigma_{t_1} &= 2D_1 + p_1, \\ \sigma_{r_1} &= -p_1. \end{aligned} \qquad (21)$$

- pro $x = r_2$

$$\begin{aligned} \sigma_{t_2} &= 2D_1, \\ \sigma_{r_2} &= 0. \end{aligned} \qquad (22)$$

Válcové nádoby - Dosazení integračních konstant D_1 a D_2

Stanovme pro tento případ velikosti hlavních napětí na vnitřním a vnějším poloměru nádoby.

Nádoba bez dna

- pro $x = r_1$

$$\begin{aligned} \sigma_{t_1} &= 2D_1 + p_1, \\ \sigma_{r_1} &= -p_1. \end{aligned} \tag{21}$$

- pro $x = r_2$

$$\begin{aligned} \sigma_{t_2} &= 2D_1, \\ \sigma_{r_2} &= 0. \end{aligned} \tag{22}$$

Nádoba se dnem

- pro $x = r_1$

$$\begin{aligned} \sigma_{t_1} &= 2D_1 + p_1, \\ \sigma_{r_1} &= -p_1. \end{aligned} \tag{23}$$

- pro $x = r_2$

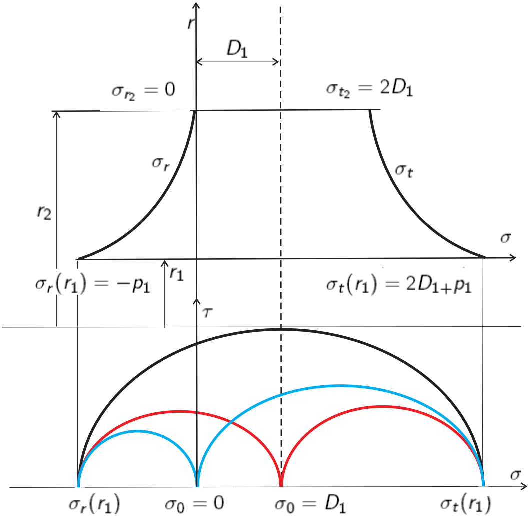
$$\begin{aligned} \sigma_{t_2} &= 2D_1, \\ \sigma_{r_2} &= 0. \end{aligned} \tag{24}$$

Na libovolném poloměru platí $\sigma_r + \sigma_t = 2D_1$.

Válcové nádoby - Příklady výpočtu

Využitím vztahů (13), resp. (14), při dosazení integračních konstant (19), resp. (20), můžeme zobrazit průběhy radiálního a tečného napětí. Vliv dna se projeví až v Moohrově diagramu pro prostorovou napjatost. Modře je znázorněn diagram pro otevřenou nádobu, červeně pak pro uzavřenou.

Válcové nádoby - Příklady výpočtu

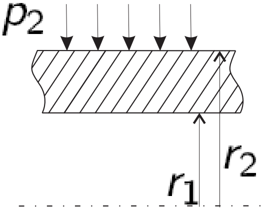


Obrázek: Průběh napětí pro zatěžování na vnějším poloměru.

Válcové nádoby - Závěr

Pro návrat na začátek výběru klikněte zde.

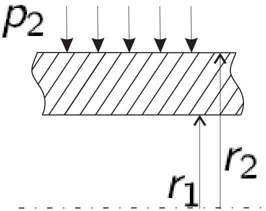
Nádoba bez dna



Obrázek: Působení tlaku na r_2 na nádobu bez dna.

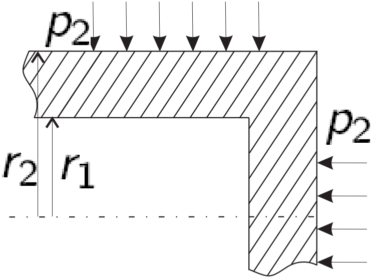
Válcové nádoby - Tlak působící na vnějším poloměru r_2

Nádoba bez dna



Obrázek: Působení tlaku na r_2 na nádobu bez dna.

Nádoba se dnem



Obrázek: Působení tlaku na r_2 na nádobu se dnem.

Válcové nádoby - Tlak působící na vnějším poloměru r_2

Dosazením nulové rychlosti vypadne ze vztahů pro rotující kotouče prostřední člen $D_\omega(3+\nu)x^2$ a obdržíme tedy vztahy, které jsou shodné pro oba případy:

Nádoba bez dna

$$\begin{aligned}\sigma_t &= D_1 + \frac{D_2}{x^2},\\ \sigma_r &= D_1 - \frac{D_2}{x^2}. \quad (25)\end{aligned}$$

Válcové nádoby - Tlak působící na vnějším poloměru r_2

Dosazením nulové rychlosti vypadne ze vztahů pro rotující kotouče prostřední člen $D_\omega(3+\nu)x^2$ a obdržíme tedy vztahy, které jsou shodné pro oba případy:

Nádoba bez dna

$$\begin{aligned} \sigma_t &= D_1 + \frac{D_2}{x^2}, \\ \sigma_r &= D_1 - \frac{D_2}{x^2}. \end{aligned} \quad (25)$$

Nádoba se dnem

$$\begin{aligned} \sigma_t &= D_1 + \frac{D_2}{x^2}, \\ \sigma_r &= D_1 - \frac{D_2}{x^2}. \end{aligned} \quad (26)$$

Vliv dna se projeví ve směru osového napětí (viz. dále).

Válcové nádoby - Určení integračních konstant D_1 a D_2

Ze znalosti velikosti tlaků působících uvnitř a vně nádoby určíme integrální konstanty a opět v analogii s kotouči budeme dosazovat pro napětí v radiálním směru.

Nádoba bez dna

- pro $x = r_1$ obdržíme $\sigma_r(r_1) = 0$, tj.

$$0 = D_1 - \frac{D_2}{r_1^2}. \qquad (27)$$

- pro $x = r_2$ obdržíme $\sigma_r(r_2) = -p_2$, tj.

$$-p_2 = D_1 - \frac{D_2}{r_2^2}. \qquad (28)$$

Válcové nádoby - Určení integračních konstant D_1 a D_2

Ze znalosti velikosti tlaků působících uvnitř a vně nádoby určíme integrální konstanty a opět v analogii s kotouči budeme dosazovat pro napětí v radiálním směru.

Nádoba bez dna

- pro $x = r_1$ obdržíme $\sigma_r(r_1) = 0$, tj.

$$0 = D_1 - \frac{D_2}{r_1^2}. \qquad (27)$$

- pro $x = r_2$ obdržíme $\sigma_r(r_2) = -p_2$, tj.

$$-p_2 = D_1 - \frac{D_2}{r_2^2}. \qquad (28)$$

Nádoba se dnem

- pro $x = r_1$ obdržíme $\sigma_r(r_1) = 0$, tj.

$$0 = D_1 - \frac{D_2}{r_1^2}. \qquad (29)$$

- pro $x = r_2$ obdržíme $\sigma_r(r_2) = -p_2$, tj.

$$-p_2 = D_1 - \frac{D_2}{r_2^2}. \qquad (30)$$

Válcové nádoby - Určení integračních konstant D_1 a D_2

Nádoba Bez dna

$$D_1 = \frac{-p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2},$$

$$D_2 = -p_2 \frac{r_2^2 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}. \quad (31)$$

Válcové nádoby - Určení integračních konstant D_1 a D_2

Nádoba Bez dna

$$D_1 = \frac{-p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2},$$
$$D_2 = -p_2 \frac{r_2^2 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}. \quad (31)$$

Nádoba se dnem

$$D_1 = \frac{-p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2},$$
$$D_2 = -p_2 \frac{r_2^2 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}. \quad (32)$$

Tlak působící na dno vyvolá ve stěně nádoby axiální sílu N a osové napětí.

$$N = -p_2 \pi r_2^2,$$
$$\sigma_o = \frac{N}{A} = \frac{-p_2 \pi r_2^2}{\pi r_1^2 - \pi r_2^2} = D_1.$$

Válcové nádoby - Dosazení integračních konstant D_1 a D_2

Stanovme pro tento případ velikosti hlavních napětí na vnitřním a vnějším poloměru nádoby.

Nádoba bez dna

- pro $x = r_1$

$$\begin{aligned} \sigma_{t_1} &= 2D_1, \\ \sigma_{r_1} &= 0. \end{aligned} \tag{33}$$

- pro $x = r_2$

$$\begin{aligned} \sigma_{t_2} &= 2D_1 + p_2, \\ \sigma_{r_2} &= -p_2. \end{aligned} \tag{34}$$

Stanovme pro tento případ velikosti hlavních napětí na vnitřním a vnějším poloměru nádoby.

Nádoba bez dna

- pro $x = r_1$

$$\sigma_{t_1} = 2D_1, \qquad \sigma_{r_1} = 0. \tag{33}$$

- pro $x = r_2$

$$\sigma_{t_2} = 2D_1 + p_2, \qquad \sigma_{r_2} = -p_2. \tag{34}$$

Nádoba se dnem

- pro $x = r_1$

$$\sigma_{t_1} = 2D_1, \qquad \sigma_{r_1} = 0. \tag{35}$$

- pro $x = r_2$

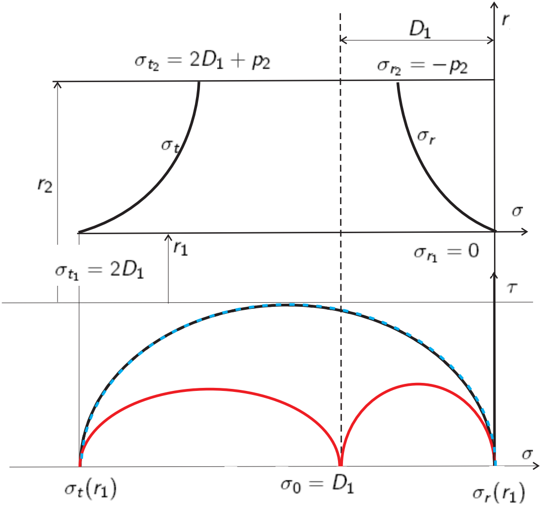
$$\sigma_{t_2} = 2D_1 + p_2, \qquad \sigma_{r_2} = -p_2. \tag{36}$$

Na libovolném poloměru platí $\sigma_r + \sigma_t = 2D_1$.

Válcové nádoby - Příklady výpočtu

Využitím vztahů (25), resp. (26), při dosazení integračních konstant (31), resp. (32), můžeme zobrazit průběhy radiálního a tečného napětí. Vliv dna se projeví až v Moohrově diagramu pro prostorovou napjatost. Modře je znázorněn diagram pro otevřenou nádobu, červeně pak pro uzavřenou.

Válcové nádoby - Příklady výpočtu



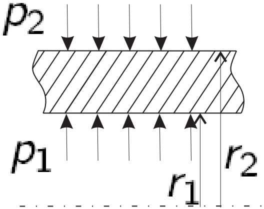
Obrázek: Průběh napětí pro zatěžování na vnějším poloměru.

Válcové nádoby - Závěr

Pro návrat na začátek výběru klikněte zde.

Válcové nádoby - Tlak působící na poloměru vnitřním r_1 a vnějším r_2 $p_1 > p_2$

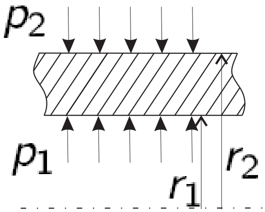
Nádoba bez dna



Obrázek: Působení tlaku na nádobu bez dna.

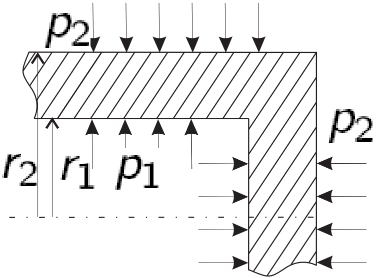
Válcové nádoby - Tlak působící na poloměru vnitřním r_1 a vnějším r_2 $p_1 > p_2$

Nádoba bez dna



Obrázek: Působení tlaku na nádobu bez dna.

Nádoba se dnem



Obrázek: Působení tlaku na nádobu se dnem.

Válcové nádoby - obecná úloha

Dosazením nulové rychlosti vypadne ze vztahů pro rotující kotouče prostřední člen $D_\omega(3+\nu)x^2$ a obdržíme tedy vztahy, které jsou shodné pro oba případy:

Nádoba bez dna

$$\begin{aligned} \sigma_t &= D_1 + \frac{D_2}{x^2}, \\ \sigma_r &= D_1 - \frac{D_2}{x^2}. \quad (37) \end{aligned}$$

Válcové nádoby - obecná úloha

Dosazením nulové rychlosti vypadne ze vztahů pro rotující kotouče prostřední člen $D_\omega(3+\nu)x^2$ a obdržíme tedy vztahy, které jsou shodné pro oba případy:

Nádoba bez dna

$$\begin{aligned} \sigma_t &= D_1 + \frac{D_2}{x^2}, \\ \sigma_r &= D_1 - \frac{D_2}{x^2}. \end{aligned} \qquad (37)$$

Nádoba se dnem

$$\begin{aligned} \sigma_t &= D_1 + \frac{D_2}{x^2}, \\ \sigma_r &= D_1 - \frac{D_2}{x^2}. \end{aligned} \qquad (38)$$

Vliv dna se projeví ve směru osového napětí (viz. dále).

Válcové nádoby - Určení integračních konstant D_1 a D_2

Ze znalosti velikosti tlaků působících uvnitř a vně nádoby určíme integrální konstanty a opět v analogii s kotouči budeme dosazovat pro napětí v radiálním směru.

Nádoba bez dna

- pro $x = r_1$ obdržíme $\sigma_r(r_1) = -p_1$, tj.

$$-p_1 = D_1 - \frac{D_2}{r_1^2}. \quad (39)$$

- pro $x = r_2$ obdržíme $\sigma_r(r_2) = -p_2$, tj.

$$-p_2 = D_1 - \frac{D_2}{r_2^2}. \quad (40)$$

Válcové nádoby - Určení integračních konstant D_1 a D_2

Ze znalosti velikosti tlaků působících uvnitř a vně nádoby určíme integrální konstanty a opět v analogii s kotouči budeme dosazovat pro napětí v radiálním směru.

Nádoba bez dna

- pro $x = r_1$ obdržíme $\sigma_r(r_1) = -p_1$, tj.

$$-p_1 = D_1 - \frac{D_2}{r_1^2}. \quad (39)$$

- pro $x = r_2$ obdržíme $\sigma_r(r_2) = -p_2$, tj.

$$-p_2 = D_1 - \frac{D_2}{r_2^2}. \quad (40)$$

Nádoba se dnem

- pro $x = r_1$ obdržíme $\sigma_r(r_1) = -p_1$, tj.,

$$-p_1 = D_1 - \frac{D_2}{r_1^2}. \quad (41)$$

- pro $x = r_2$ obdržíme $\sigma_r(r_2) = -p_2$, tj.

$$-p_2 = D_1 - \frac{D_2}{r_2^2}. \quad (42)$$

Válcové nádoby - Určení integračních konstant D_1 a D_2

Nádoba bez dna

$$D_1 = \frac{p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2},$$

$$D_2 = (p_1 - p_2)\frac{r_2^2 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}.(43)$$

Válcové nádoby - Určení integračních konstant D_1 a D_2

Nádoba bez dna

$$D_1 = \frac{p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2},$$

$$D_2 = (p_1 - p_2)\frac{r_2^2 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}. \quad (43)$$

Nádoba se dnem

$$D_1 = \frac{p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2},$$

$$D_2 = (p_1 - p_2)\frac{r_2^2 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}. \quad (44)$$

Tlaky působící na dno vyvolají ve stěně nádoby axiální sílu N a osové napětí.

$$\begin{aligned} N &= p_1 \pi r_1^2 - p_2 \pi r_2^2, \\ \sigma_o = \frac{N}{A} &= \frac{p_1 \pi r_1^2 - p_2 \pi r_2^2}{\pi r_1^2 - \pi r_2^2} = D_1. \end{aligned}$$

Válcové nádoby - Dosazení integračních konstant D_1 a D_2

V obecném případě budeme uvažovat, že tlak $p_1 > p_2$, s opačným případem se seznámíme dále. Stanovme pro tento případ velikosti hlavních napětí na vnitřním a vnějším poloměru nádoby.

Nádoba bez dna

- pro $x = r_1$

$$\sigma_{t_1} = 2D_1 + p_1, \qquad \sigma_{r_1} = -p_1. \tag{45}$$

- pro $x = r_2$

$$\sigma_{t_2} = 2D_1 + p_2, \qquad \sigma_{r_2} = -p_2. \tag{46}$$

Válcové nádoby - Dosazení integračních konstant D_1 a D_2

V obecném případě budeme uvažovat, že tlak $p_1 > p_2$, s opačným případem se seznámíme dále. Stanovme pro tento případ velikosti hlavních napětí na vnitřním a vnějším poloměru nádoby.

Nádoba bez dna

- pro $x = r_1$

$$\sigma_{t_1} = 2D_1 + p_1, \qquad \sigma_{r_1} = -p_1. \quad (45)$$

- pro $x = r_2$

$$\sigma_{t_2} = 2D_1 + p_2, \qquad \sigma_{r_2} = -p_2. \quad (46)$$

Nádoba se dnem

- pro $x = r_1$

$$\sigma_{t_1} = 2D_1 + p_1, \qquad \sigma_{r_1} = -p_1. \quad (47)$$

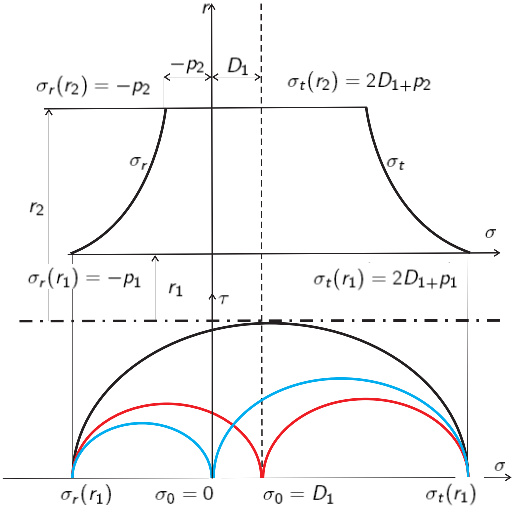
- pro $x = r_2$

$$\sigma_{t_2} = 2D_1 + p_2, \qquad \sigma_{r_2} = -p_2. \quad (48)$$

Na libovolném poloměru platí $\sigma_r + \sigma_t = 2D_1$.

Využitím vztahů (37), resp. (38), při dosazení integračních konstant (43), resp. (44), můžeme zobrazit průběhy radiálního a tečného napětí. Vliv dna se projeví až v Moohrově diagramu pro prostorovou napjatost. Modře je znázorněn diagram pro otevřenou nádobu, červeně pak pro uzavřenou.

Válcové nádoby - Příklady výpočtu

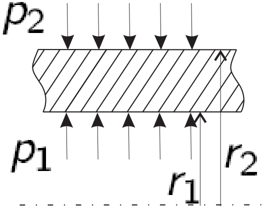


Obrázek: Průběh napětí pro válcové nádoby, když $p_1 > p_2$.

Válcové nádoby - Závěr

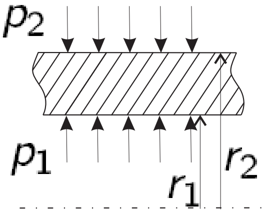
Pro návrat na začátek výběru klikněte zde.

Nádoba bez dna



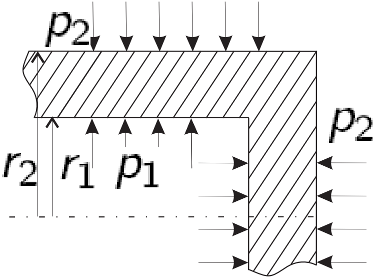
Obrázek: Působení tlaku na nádobu bez dna.

Nádoba bez dna



Obrázek: Působení tlaku na nádobu bez dna.

Nádoba se dnem



Obrázek: Působení tlaku na nádobu se dnem.

Válcové nádoby - obecná úloha

Dosazením nulové rychlosti vypadne ze vztahů pro rotující kotouče prostřední člen $D_\omega(3+\nu)x^2$ a obdržíme tedy vztahy, které jsou shodné pro oba případy:

Nádoba bez dna

$$
\begin{aligned}
\sigma_t &= D_1 + \frac{D_2}{x^2}, \\
\sigma_r &= D_1 - \frac{D_2}{x^2}. \quad (49)
\end{aligned}
$$

Dosazením nulové rychlosti vypadne ze vztahů pro rotující kotouče prostřední člen $D_\omega(3+\nu)x^2$ a obdržíme tedy vztahy, které jsou shodné pro oba případy:

Nádoba bez dna

$$\begin{aligned} \sigma_t &= D_1 + \frac{D_2}{x^2}, \\ \sigma_r &= D_1 - \frac{D_2}{x^2}. \end{aligned} \quad (49)$$

Nádoba se dnem

$$\begin{aligned} \sigma_t &= D_1 + \frac{D_2}{x^2}, \\ \sigma_r &= D_1 - \frac{D_2}{x^2}. \end{aligned} \quad (50)$$

Vliv dna se projeví ve směru osového napětí (viz. dále).

Válcové nádoby - Určení integrálních konstant D_1 a D_2

Ze znalosti velikosti tlaků působících uvnitř a vně nádoby určíme integrální konstanty a opět v analogii s kotouči budeme dosazovat pro napětí v radiálním směru.

Nádoba bez dna

- pro $x = r_1$ obdržíme $\sigma_r(r_1) = -p_1$, tj.

$$-p_1 = D_1 - \frac{D_2}{r_1^2}. \quad (51)$$

- pro $x = r_2$ obdržíme $\sigma_r(r_2) = -p_2$, tj.

$$-p_2 = D_1 - \frac{D_2}{r_2^2}. \quad (52)$$

Válcové nádoby - Určení integrálních konstant D_1 a D_2

Ze znalosti velikosti tlaků působících uvnitř a vně nádoby určíme integrální konstanty a opět v analogii s kotouči budeme dosazovat pro napětí v radiálním směru.

Nádoba bez dna

- pro $x = r_1$ obdržíme $\sigma_r(r_1) = -p_1$, tj.

$$-p_1 = D_1 - \frac{D_2}{r_1^2}. \quad (51)$$

- pro $x = r_2$ obdržíme $\sigma_r(r_2) = -p_2$, tj.

$$-p_2 = D_1 - \frac{D_2}{r_2^2}. \quad (52)$$

Nádoba se dnem

- pro $x = r_1$ obdržíme $\sigma_r(r_1) = -p_1$, tj.

$$-p_1 = D_1 - \frac{D_2}{r_1^2}. \quad (53)$$

- pro $x = r_2$ obdržíme $\sigma_r(r_2) = -p_2$, tj.

$$-p_2 = D_1 - \frac{D_2}{r_2^2}. \quad (54)$$

Nádoba bez dna

$$D_1 = \frac{p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2},$$

$$D_2 = (p_1 - p_2)\frac{r_2^2 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}. (55)$$

Válcové nádoby - Určení integračních konstant D_1 a D_2

Nádoba bez dna

$$D_1 = \frac{p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2},$$

$$D_2 = (p_1 - p_2)\frac{r_2^2 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}. \quad (55)$$

Nádoba se dnem

$$D_1 = \frac{p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2},$$

$$D_2 = (p_1 - p_2)\frac{r_2^2 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}. \quad (56)$$

Tlaky působící na dno vyvolají ve stěně nádoby axiální sílu N a osové napětí.

$$\begin{aligned} N &= p_1 \pi r_1^2 - p_2 \pi r_2^2, \\ \sigma_o = \frac{N}{A} &= \frac{p_1 \pi r_1^2 - p_2 \pi r_2^2}{\pi r_1^2 - \pi r_2^2} = D_1, \end{aligned}$$

Válcové nádoby - Dosazení integračních konstant D_1 a D_2

Nyní budeme uvažovat, že tlak $p_1 < p_2$. Stanovme pro tento případ velikosti hlavních napětí na vnitřním a vnějším poloměru nádoby.

Nádoba Bez dna

- pro $x = r_1$

$$\sigma_{t_1} = 2D_1 + p_1, \qquad \sigma_{r_1} = -p_1. \tag{57}$$

- pro $x = r_2$

$$\sigma_{t_2} = 2D_1 + p_2, \qquad \sigma_{r_2} = -p_2. \tag{58}$$

Válcové nádoby - Dosazení integračních konstant D_1 a D_2

Nyní budeme uvažovat, že tlak $p_1 < p_2$. Stanovme pro tento případ velikosti hlavních napětí na vnitřním a vnějším poloměru nádoby.

Nádoba Bez dna

- pro $x = r_1$

$$\begin{aligned} \sigma_{t_1} &= 2D_1 + p_1, \\ \sigma_{r_1} &= -p_1. \end{aligned} \tag{57}$$

- pro $x = r_2$

$$\begin{aligned} \sigma_{t_2} &= 2D_1 + p_2, \\ \sigma_{r_2} &= -p_2. \end{aligned} \tag{58}$$

Nádoba se dnem

- pro $x = r_1$

$$\begin{aligned} \sigma_{t_1} &= 2D_1 + p_1, \\ \sigma_{r_1} &= -p_1. \end{aligned} \tag{59}$$

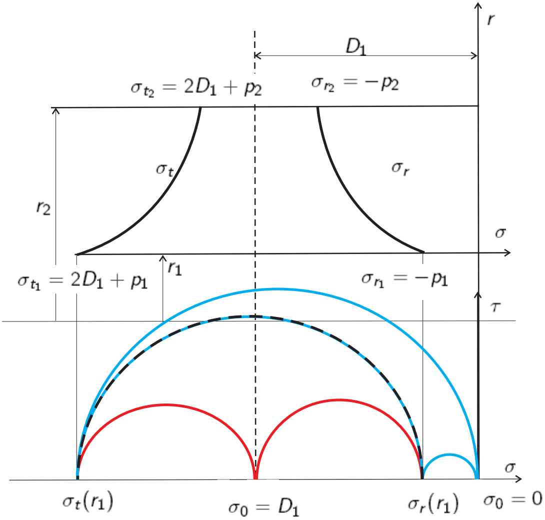
- pro $x = r_2$

$$\begin{aligned} \sigma_{t_2} &= 2D_1 + p_2, \\ \sigma_{r_2} &= -p_2. \end{aligned} \tag{60}$$

Na libovolném poloměru platí $\sigma_r + \sigma_t = 2D_1$.

Válcové nádoby - Příklady výpočtu

Využitím vztahů (49), resp. (50), při dosazení integračních konstant (55), resp. (56), můžeme zobrazit průběhy radiálního a tečného napětí. Vliv dna se projeví až v Moohrově diagramu pro prostorovou napjatost. Modře je znázorněn diagram pro otevřenou nádobu, červeně pak pro uzavřenou. Pro tento případ jsme uvažovali $p_1 < p_2$, proto integrační konstanta D_2 vychází záporná. Navíc jsme uvažovali i $p_1 r_1^2 < p_2 r_2^2$, tzn. i integrační konstanta D_1 nabývá záporných hodnot. Důsledkem toho je změna poměru mezi napětími na $\sigma_t < \sigma_r$.



Obrázek: Průběh napětí pro válcové nádoby, když $p_1 < p_2$ a $p_1 r_1^2 < p_2 r_2^2$.

Válcové nádoby - Závěr

Pro návrat na začátek výběru klikněte zde.