

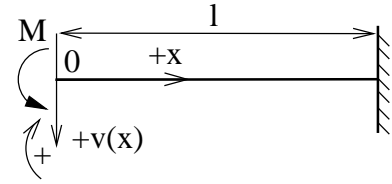
## OHYB (Deformace)

Autoři: F. Plánička, M. Zajíček, V. Adámek

### 4.4 Příklady k procvičení

#### Příklad 1:

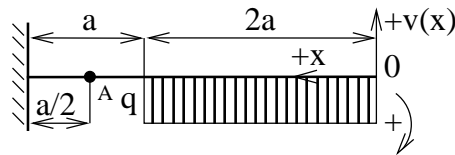
Pomocí diferenciální rovnice průhybové čáry vyšetřete v obecném místě  $x \in \langle 0, l \rangle$  velikost úhlu natočení  $\varphi$  a průhybu  $v$  nosníku na obrázku, je-li dáno:  $l$  [m],  $M$  [Nm],  $E$  [MPa] a  $J_z$  [m<sup>4</sup>]. Při řešení respektujte zvolené osy  $x$  a  $v(x)$  souřadnicového systému a kladný smysl ohybového momentu.



$$\text{Výsledky: } \varphi(x) = -\frac{Ml}{EJ_z} \left(1 - \frac{x}{l}\right), \quad v(x) = \frac{Ml^2}{2EJ_z} \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2.$$

#### Příklad 2:

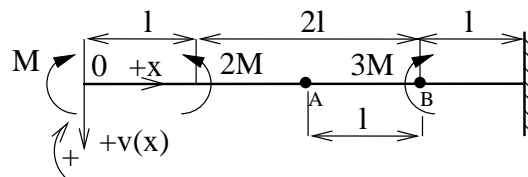
Pomocí diferenciální rovnice průhybové čáry vyšetřete v obecném místě  $x \in \langle 0, 2a \rangle$  a v bodě A velikost úhlu natočení  $\varphi$  a průhybu  $v$  nosníku na obrázku, je-li dáno:  $a$  [m],  $q$  [Nm<sup>-1</sup>],  $E$  [MPa] a  $J_z$  [m<sup>4</sup>]. Při řešení respektujte zvolené osy  $x$  a  $v(x)$  souřadnicového systému a kladný smysl ohybového momentu.



$$\text{Výsledky: } \varphi(x) = -\frac{qa^3}{3EJ_z} \left[7 - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{a}\right)^3\right] \text{ a } v(x) = \frac{qa^4}{3EJ_z} \left[23 - 7\frac{x}{a} + \frac{1}{8} \left(\frac{x}{a}\right)^4\right] \text{ pro } x \in \langle 0, 2a \rangle,$$
$$\varphi_A = -\frac{7}{4} \frac{qa^3}{EJ_z}, \quad v_A = \frac{11}{24} \frac{qa^4}{EJ_z}.$$

#### Příklad 3:

Pomocí metody momentových ploch vyšetřete v bodech A a B a v obecném místě  $x \in \langle 0, l \rangle$  velikost úhlu natočení  $\varphi$  a průhybu  $v$  nosníku na obrázku, je-li dáno:  $l$  [m],  $M$  [Nm],  $E$  [MPa] a  $J_z$  [m<sup>4</sup>]. Při řešení respektujte zvolené osy  $x, v(x)$  souřadnicového systému a kladný smysl ohybového momentu.



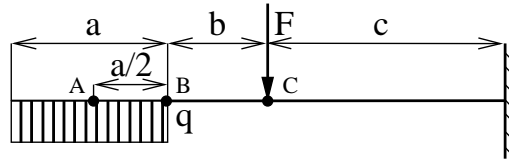
## OHYB (Deformace)

Autoři: F. Plánička, M. Zajíček, V. Adámek

*Výsledky:*  $\varphi_A = \frac{Ml}{EJ_z}$ ,  $v_A = -\frac{5}{2} \frac{Ml^2}{EJ_z}$ ,  $\varphi_B = 2\varphi_A$ ,  $v_B = -\frac{Ml^2}{EJ_z}$ ,  $\varphi(x) = \frac{Ml}{EJ_z} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$ ,  $v(x) = -\frac{Ml^2}{2EJ_z} \left[7 - 2\frac{x}{l} + \left(\frac{x}{l}\right)^2\right]$  pro  $x \in \langle 0, l \rangle$ .

### Příklad 4:

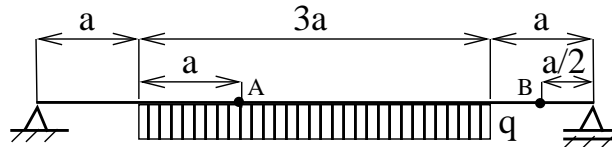
Pomocí metody momentových ploch vypočítejte v bodech  $A$ ,  $B$  a  $C$  velikost úhlu natočení  $\varphi$  a průhybu  $v$  nosníku na obrázku, je-li dáno:  $a = 0.5$  m,  $b = 0.25$  m,  $c = 0.75$  m,  $q = 5$  kNm<sup>-1</sup>,  $F = 2.5$  kN,  $E = 2 \cdot 10^5$  MPa a  $J_z = 8 \cdot 10^5$  mm<sup>4</sup>.



*Výsledky:*<sup>1</sup>  $\varphi_A \doteq 7.89 \cdot 10^{-3}$  rad,  $v_A \doteq -1.93$  mm,  $\varphi_B \doteq 7.32 \cdot 10^{-3}$  rad,  $v_B \doteq -3.87$  mm,  $\varphi_C \doteq 5.86 \cdot 10^{-3}$  rad,  $v_C \doteq -2.20$  mm.

### Příklad 5:

Pomocí metody momentových ploch vypočítejte v bodech  $A$  a  $B$  velikost úhlu natočení  $\varphi$  a průhybu  $v$  nosníku na obrázku, je-li dáno:  $a = 0.3$  m,  $q = 20$  kNm<sup>-1</sup>,  $E = 2 \cdot 10^5$  MPa,  $J_z = 1.4 \cdot 10^6$  mm<sup>4</sup>.



*Výsledky:*  $\varphi_A \doteq -2.49 \cdot 10^{-3}$  rad,  $v_A \doteq -3.64$  mm,  $\varphi_B \doteq 7.59 \cdot 10^{-3}$  rad,  $v_B \doteq -1.18$  mm.

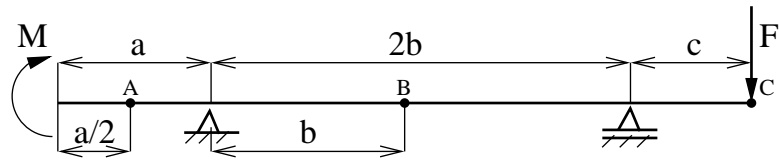
### Příklad 6:

Pomocí metody momentových ploch vypočítejte v bodech  $A$ ,  $B$  a  $C$  velikost úhlu natočení  $\varphi$  a průhybu  $v$  nosníku na obrázku, je-li dáno:  $a = 0.4$  m,  $b = 0.6$  m,  $c = 0.3$  m,  $M = 15$  kNm,  $F = 50$  kN,  $E = 2 \cdot 10^5$  MPa,  $J_z = 3.8 \cdot 10^6$  mm<sup>4</sup>.

<sup>1</sup>V příkladech číslo 4 až 6 je úhel natočení a průhyb počítán vždy v levotočivém souřadnicovém systému, přičemž průhyb je chápán kladný směrem dolů.

## OHYB (Deformace)

Autoři: F. Plánička, M. Zajíček, V. Adámek



Výsledky:  $\varphi_A \doteq 7.89 \cdot 10^{-3}$  rad,  $v_A \doteq -1.18$  mm,  $\varphi_B \doteq -1.97 \cdot 10^{-3}$  rad,  $v_B = 0$ ,  $\varphi_C \doteq 6.91 \cdot 10^{-3}$  rad,  $v_C \doteq 1.78$  mm.