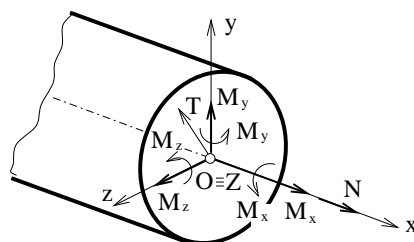


# KOMBINOVANÉ NAMÁHÁNÍ

Autoři: F. Plánička, M. Zajíček, V. Adámek

## 7.1 Shrnutí základních poznatků

Vnější síly působící na prut vyvodí obecně v průřezu prutu sílu a moment. Ty lze rozložit do složek ve směru os pravoúhlé soustavy souřadnic s počátkem v těžišti průřezu (na ose prutu), viz obr. 1.



Obr. 1: Rozklad síly a momentu v daném řezu.

Jedná se o následující složky:

1. Normálová síla  $N$ . Ta namáhá průřez v tahu (tlaku) a vyvodí napětí

$$\sigma = \frac{N}{A}. \quad (1)$$

2. Složka  $T$  ležící v rovině. Ta způsobí smykové napětí, které je při ohybu

$$\tau = \frac{TU}{Jb}. \quad (2)$$

3. Ohybové momenty  $M_y$  a  $M_z$ . Jestliže se jedná o rovinné ohyby (osy zvolené soustavy souřadnic jsou totožné s hlavními osami průřezu) způsobí normálové napětí

$$\sigma_y = \frac{M_y}{J_y} z \quad \text{a} \quad \sigma_z = \frac{M_z}{J_z} y. \quad (3)$$

Ta jsou největší v nejvzdálenějších bodech průřezu od os zvolené soustavy souřadnic.

4. Krouticí moment  $M_k = M_x$ . Ten v průřezu prutu kruhového průřezu vyvodí smykové napětí

$$\tau_k = \frac{M_x}{J_p} \rho, \quad (4)$$

kde  $\rho$  je vzdálenost bodu od osy prutu. Největší napětí potom působí na povrchu prutu.

Při současném působení některých z citovaných účinků mluvíme o kombinovaném namáhání.

## KOMBINOVANÉ NAMÁHÁNÍ

Autoři: F. Plánička, M. Zajíček, V. Adámek

### Kombinace ohybu a tahu (tlaku)

Tato kombinace nastane, působí-li osová síla  $N$  mimo těžiště průřezu. Při řešení se síla přeloží do těžiště a průřez je potom namáhán osovou silou  $N$  a momentem  $M = Na$ , kde  $a$  výstřednost (vzdálenost působíště síly  $N$  od těžiště průřezu). Moment  $M$  se potom rozloží do složek k osám  $y$  a  $z$ . Bude

$$\vec{M} = \vec{M}_y + \vec{M}_z. \quad (5)$$

Výsledné napětí se potom vypočítá jako součet všech normálových složek

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_{M_y} + \sigma_{M_z}, \quad (6)$$

kde  $\sigma_N$  je napětí od normálové síly,  $\sigma_{M_y}$  je napětí od složky ohybového momentu  $M_y$ ,  $\sigma_{M_z}$  je napětí od složky ohybového momentu  $M_z$ . Je zřejmé, že neutrální osa již neprochází těžištěm.

### Kombinace ohybu a krutu

To je velice častý případ v konstrukci strojů (hřídele převodových skříní). Z analýzy napjatosti vyplývá, že se jedná o rovinnou napjatost. V případě prutů kruhového průřezu budou nejhůře namáhány dva body, které jsou nejvzdálenější od neutrální osy ohybu. Zde potom bude ohybové napětí

$$\sigma = \frac{M_o}{W_o} \quad (7)$$

a smykové napětí od krutu

$$\tau = \frac{M_k}{W_k}, \quad (8)$$

kde  $W_o$  a  $W_k$  jsou moduly průřezu v ohybu a v krutu.

Obě napětí působí v rovině průřezu. Spolu se sdruženým smykovým napětím se jedná o rovinnou napjatost a pro dimenzování je potřeba použít některou z podmínek pevnosti. Pro Guestovu a HMH podmínku pevnosti lze potom psát

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma^2 + (\alpha\tau)^2}, \quad (9)$$

kde  $\alpha = 2$  pro Guestovu  $\alpha = \sqrt{3}$  pro HMH podmínku pevnosti. Pro kruhový průřez je  $W_k = 2W_o$ . Potom bude

$$\sigma_{red} = \frac{1}{W_o} \sqrt{M_o^2 + \left(\frac{\alpha}{2}M_k\right)^2}. \quad (10)$$

Označíme-li

$$M_{red} = \sqrt{M_o^2 + \left(\frac{\alpha}{2}M_k\right)^2} \quad (11)$$

jako redukovaný moment, bude pevnostní podmínka

$$\frac{M_{red}}{W_o} \leq \sigma_D. \quad (12)$$

# KOMBINOVANÉ NAMÁHÁNÍ

Autoři: F. Plánička, M. Zajíček, V. Adámek

## Kombinace tahu a krutu

V tomto případě opět v bodech průřezu působí normálové (od ohybu) a smykové (od krutu) napětí. Jedná se tedy o stejný charakter napjatosti jako u kombinace ohyb-krut. V případě kruhového průřezu působí nejnepríznivější napjatost ve všech bodech na povrchu prutu. Můžeme tedy psát

$$\sigma = \frac{N}{A}, \quad \tau = \frac{M_k}{W_k} \quad \text{a} \quad \sigma_{red} = \sqrt{\sigma^2 + (\alpha\tau)^2}. \quad (13)$$

Pevnostní podmínka má potom opět tvar

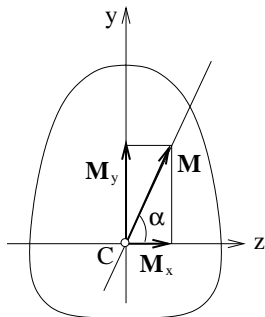
$$\sigma_{red} \leq \sigma_D. \quad (14)$$

## Kombinace ohybu a smyku

Z analýzy napjatosti v obecném bodě průřezu opět vyplývá, že se jedná o rovinnou napjatost s normálovým napětím od ohybu  $\sigma$  a smykovým napětím od posouvající síly. Platí tedy vše, co bylo uvedeno o kombinacích ohyb a krut nebo tah a krut. Rozborem napjatosti v průřezu v závislosti na délce nosníku a jeho uložení lze dokázat, že u většiny nosníků o jejich pevnosti rozhoduje pouze normálové napětí. Smykové napětí se uplatní pouze u velice krátkých nosníků s délkou řádově rovnou jejich charakteristickému rozměru.

## Prostorový (složený) ohyb

O tento případ se jedná, není-li stopa roviny ohybového momentu totožná s jednou z hlavních centrálních os průřezu. V tomto případě rozložíme vektor ohybového momentu



$$\vec{M} = \vec{M}_y + \vec{M}_z \quad (15)$$

do složek ve směrech hlavních os, viz obr. 2. Potom bude výsledné napětí

$$\sigma = \frac{M_y}{J_y} z + \frac{M_z}{J_z} y. \quad (16)$$

Pro situaci uvedenou na obr. 2 bude

$$M_y = M \sin \alpha \quad \text{a} \quad M_z = M \cos \alpha. \quad (17)$$

Pro neutrální osu procházející opět těžištěm platí  $\sigma = 0$ , tedy

Obr. 2: Prostorový ohyb.

$$\frac{M_y}{J_y} z = -\frac{M_z}{J_z} y. \quad (18)$$

Maximální napětí od ohybu potom opět působí v bodě nejvzdálenějším od neutrální osy

$$\sigma = \frac{M_y}{J_y} z_1 + \frac{M_z}{J_z} y_1, \quad (19)$$

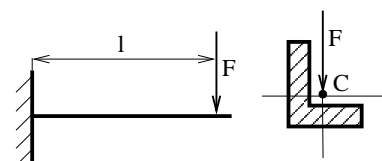
kde  $z_1$  a  $y_1$  jsou souřadnice nejvzdálenějšího bodu od neutrální osy v původní soustavě souřadnic  $y, z$ .

# KOMBINOVANÉ NAMÁHÁNÍ

Autoři: F. Plánička, M. Zajíček, V. Adámek

## 7.2 Otázky k procvičení

1. Kdy se setkáme s kombinovaným namáháním?.
2. Uveďte analýzu obecných silových účinků v průřezu prutu.
3. Jaká napjatost vzniká při kombinaci ohybu a tahu?
4. Jaká napjatost vzniká při kombinaci ohybu a krutu?
5. Jaká napjatost vzniká při kombinaci tahu a krutu?
6. Jaká napjatost vzniká při kombinaci ohybu a smyku?
7. Vyjádřete Guestovu a HMM podmínku pevnosti při kombinaci ohybu a krutu. Čemu se rovná redukované napětí?
8. Vyjádřete Guestovu a HMM podmínku pevnosti při kombinaci tahu a krutu. Čemu se rovná redukované napětí?
9. Vyjádřete Guestovu a HMM podmínku pevnosti při kombinaci ohybu a smyku. Čemu se rovná redukované napětí?
10. Kdy se jedná o prostorový ohyb?
11. Jaký je postup při řešení úlohy s prostorovým ohybem?
12. Čemu se rovná napětí při prostorovém ohybu?
13. Jak se určí neutrální osa při prostorovém ohybu?
14. Kde působí a jak se vypočítá největší napětí při prostorovém ohybu?
15. Setkáme se v prostorovém ohybem u průřezů s větším počtem os symetrie než 2? Stručně zdůvodněte své stanovisko.
16. O jaký případ ohybu se jedná v případě uvedeném na obrázku? Průřez je rovnostranný  $L$  profil o stejné tloušťce.



17. Jaký důležitý závěr vyplývá z analýzy vlivu délky nosníku při jeho namáhání kombinací ohybem a smykem?
18. Ve kterých případech dojde u nosníků s uvedeným tvarem průřezu a stopy roviny ohybového momentu k prostorovému ohybu?

