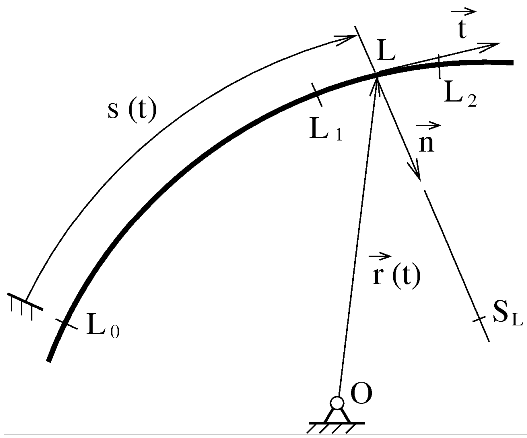
6) Definujte průvodní trojhran křivočarého pohybu bodu. Napište vztahy pro složky zrychlení do směrů tohoto trojhranu a aplikujte je na pohyb po kružnici.

Bod *L* se pohybuje po hladké (obecně prostorové) křivce. V čase $t = 0$ se nacházel v poloze L_0. Od ní měříme délku (včetně znaménka) $s(t)$ proběhnutého oblouku křivky. Říkáme jí křivočará (oblouková, přirozená) souřadnice bodu *L*. Polohu bodu *L* je možno popsat i bez ohledu na tvar křivky ve vztahu k zadanému referenčnímu pevnému bodu *O* polohovým vektorem (průvodičem) $\vec{r}(t)$. Veličina $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}$ (rychlost bodu) určuje směr tečny. Jednotkový vektor tečny pak je $\vec{t} = \frac{\vec{v}}{v}$. Bodem *L* a blízkými body L_1, L_2 (viz obr.) je určena kružnice. Limitní polohou této kružnice pro $L_1 \to L$ a $L_2 \to L$ (každý „ze své strany“) je tzv. oskulační kružnice křivky v bodě *L*. Její střed S_L se nazývá střed křivosti dráhy v bodě *L* a její poloměr r_L je poloměrem křivosti dráhy v bodě *L*. Převrácená hodnota $\frac{1}{r_L}\left[m^{-1}\right]$ se nazývá první (flexní) křivost křivky v bodě *L*.



Jednotkový vektor $\vec{n} = \frac{\overrightarrow{LS_L}}{\left|\overrightarrow{LS_L}\right|}$ se nazývá vektor (hlavní) normály dráhy v bodě *L*. Poznamenejme, že je orientován do středu křivosti. Určeme vektor $\vec{b}$, který s vektory $\vec{t}$ a $\vec{n}$ tvoří pravoúhlou pravotočivou bázi třírozměrného prostoru. Určíme jej tedy jako

$$\vec{b} = \vec{t} \times \vec{n} \ .$$

! Pozor na pořadí činitelů ve vektorovém součinu, který je antikomutativní !

Vektor $\vec{b}$ nazýváme vektorem binormály dráhy v bodě *L*. Jednotkové vektory $\vec{t}, \vec{n}, \vec{b}$ tvoří průvodní trojhran dráhy v bodě *L*. Pro složky zrychlení do směrů určených vektory $\vec{t}, \vec{n}, \vec{b}$ platí

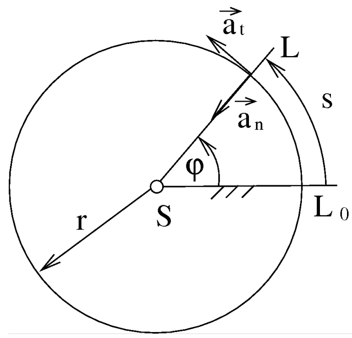
$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt} = \frac{1}{2}\frac{dv^2}{ds} = v\frac{dv}{ds} \quad \text{(tečné zrychlení)}$$

$$a_n = \frac{v^2}{r_L} \quad \text{(normálové, dostředivé zrychlení)}$$

$$a_b = 0 \ .$$

V těchto výrazech *v* značí velikost rychlosti. Tečná složka zrychlení odpovídá změně velikosti rychlosti, normálová složka změně směru rychlosti.

Jestliže křivkou je kružnice poloměru r, je zřejmě $r = r_L$ pro každý bod L křivky. Pro popis polohy bodu L se používá úhel φ natočení průvodiče, počítáno od jeho polohy v čase $t = 0$ (viz obrázek).



Zřejmě pro přirozenou souřadnici s (délku oblouku, kružnice příslušející ke středovému úhlu φ) platí $s = r\,\varphi$. Odtud derivacemi

$$v = \frac{ds}{dt} = r\frac{d\varphi}{dt} \ ,$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2} = r\frac{d^2\varphi}{dt^2} \ .$$

Pro normálovou složku zrychlení platí

$$a_n = \frac{v^2}{r_L} = \frac{r^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2}{r} = r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 .$$

Pro kruhový pohyb definujeme $\omega = \frac{d\varphi}{dt}[rad/s]$ - úhlová rychlost a $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}[rad/s^2]$ - úhlové zrychlení. Potom pro tečnou a normálovou složku zrychlení kruhového pohybu bodu platí

$$a_t = r\,\alpha; \qquad a_n = r\,\omega^2 \ .$$