

5) Určete počet a kvalitu podmínek rovnováhy pro různé silové soustavy.

Nejobecnější silovou soustavou je obecná prostorová soustava sil. V libovolném bodě prostoru ji lze nahradit výslednicí \vec{F} a výslednou dvojicí o momentu \vec{M} o nositelce se silou \vec{F} nijak nesouvisející. Protože jak \vec{F} tak \vec{M} mají po třech složkách (které jsou všechny pro případ rovnováhy nulové), píšeme pro tuto soustavu 6 podmínek, z nichž alespoň 3 musí být momentové (neboť v třírozměrném prostoru nemáme větší počet nezávislých směrů než tři). Všechny ostatní silové soustavy už jsou speciálního charakteru a tudíž počet podmínek se snižuje. Popíšeme jednotlivé případy:

- 1) Prostorová soustava rovnoběžných sil. Označme bez újmy na obecnosti směr jejich nositelek směrem osy x souřadnicové soustavy. Složkové podmínky do směrů y a z (v rovině kolmé na nositelky sil) mají triviální charakter $0 = 0$ (síly do těchto směrů nemají průmět). Rovněž momentová podmínka k ose y má tento triviální tvar (všechny síly jsou s touto osou rovnoběžné). Odpadají tedy dvě složkové a 1 momentová podmínka. Formulujeme proto pro tuto soustavu 3 podmínky, ze kterých alespoň 2 musí být momentové.
- 2) Prostorová soustava sil procházejících daným bodem. Tento bod bez újmy na obecnosti stanovíme počátkem souřadnicového systému. Všechny momentové podmínky pak mají triviální tvar $0 = 0$ (všechny síly protínají všechny souřadnicové osy). Odpadají tak všechny tři momentové podmínky. Formulujeme proto pro takovou soustavu 3 podmínky, z nichž žádná nemusí být nutně momentová (ale může, protože složkové podmínky lze vždy nahrazovat momentovými).
- 3) Obecná rovinná soustava sil. Označme rovinu sil bez újmy na obecnosti jako rovinu x, y souřadnic. Pak složková podmínka do osy z má triviální tvar (žádná ze sil nemá do osy z průmět) a momentové podmínky k osám x a y mají rovněž triviální tvar (všechny síly osy x i y buď protínají nebo jsou s nimi rovnoběžné). Odpadají proto dvě momentové a jedna složková podmínka. Pro tuto soustavu tedy píšeme rovněž 3 podmínky rovnováhy, ale alespoň 1 musí být momentová.
- 4) Rovinná soustava rovnoběžných sil. Volme rovinu x, y jako v 3) a navíc směr nositelek označme směrem osy x . Oproti situaci ad 3) odpadá navíc složková podmínka do směru y , neb má triviální tvar (žádná síla nemá do osy y průmět). Píšeme proto pro tuto soustavu 2 podmínky, z nichž alespoň jedna musí být momentová.
- 5) Rovinná soustava sil procházejících společným bodem. Tento bod opět označme jako počátek souřadnicové soustavy a rovina sil budiž jako v 3) rovinou x, y . Oproti 3) odpadá momentová podmínka k ose z (všechny síly osu z protínají). Proto pro tuto silovou soustavu píšeme dvě podmínky, leč žádná nemusí být momentová.
- 6) Silová soustava na společné nositelce. Zde evidentně stačí jediná složková podmínka do směru této nositelky (kterou můžeme nahradit momentovou k libovolnému bodu).

Výsledky shrňme do tabulky:

Dimenze prostoru	Blížší specifikace	Celkový počet podmínek	Z toho minimálně momentových
1	-	1	0
2	obecná	3	1
	rovnoběžná	2	1
	procházející bodem	2	0
3	obecná	6	3
	rovnoběžná	3	2
	procházející bodem	3	0