

Materiály ke 4. přednášce z předmětu KME/MECHB

Zpracoval: Ing. Jan Vimmr, Ph.D.

Pólová věta

Pólové věty se využívá při hledání pólu pohybu u čtyř a vícečlenných soustav těles.

Věta: Pól absolutního pohybu leží na spojnici pólů pohybu relativního a unášivého při libovolném rozkladu obecného rovinného pohybu. Spojnici pólů říkáme **pólová přímka**.

Důkaz: Bez újmy na obecnosti uvažujme tři tělesa v rovině podle obr. 1. Těleso 1 je základní rám, těleso 2 se odvaluje úhlovou rychlostí $\vec{\omega}_{21}$ po tělese 1 a těleso 3 se valí úhlovou rychlostí $\vec{\omega}_{32}$ po tělese 2. Určíme póly unášivého pohybu P_{21} a relativního pohybu P_{32} , obr. 1. Pólovou větu dokážeme sporem. Hledáme na tělese 3 bod (pól výsledného pohybu P_{31}), který má v daném časovém okamžiku nulovou rychlost \vec{v}_{31} . Budeme předpokládat, že tento bod P_{31} neleží na pólové přímce $p \equiv \overline{P_{21}P_{32}}$, ale leží někde mimo ni, např. v bodě L , obr. 1. Provedeme rozklad obecného rovinného pohybu $31 = 32 + 21$. Pro rychlost bodu L platí

$$\vec{v}_L \equiv \vec{v}_{31} = \vec{v}_{32} + \vec{v}_{21}, \quad (1)$$

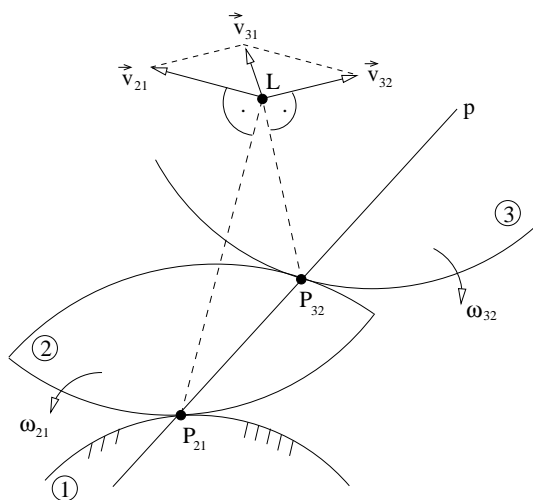
kde rychlost \vec{v}_{21} bodu L je kolmá na spojnici $\overline{LP_{21}}$, obr. 1, a její velikost je

$$v_{21} = |LP_{21}| \omega_{21}, \quad (2)$$

neboť se jedná o okamžitý rotační pohyb kolem pólu P_{21} při základním rozkladu obecného rovinného pohybu 2 vůči 1 v pólu P_{21} (těleso 3 se po tělese 2 nepohybuje). Rychlost \vec{v}_{32} bodu L je kolmá na spojnici $\overline{LP_{32}}$, obr. 1, a pro její velikost platí

$$v_{32} = |LP_{32}| \omega_{32}, \quad (3)$$

protože se i v tomto případě jedná o okamžitý rotační pohyb kolem pólu P_{32} při základním rozkladu obecného rovinného pohybu tělesa 3 vůči 2 v pólu P_{32} (těleso 2 se po rámu 1 nepohybuje).

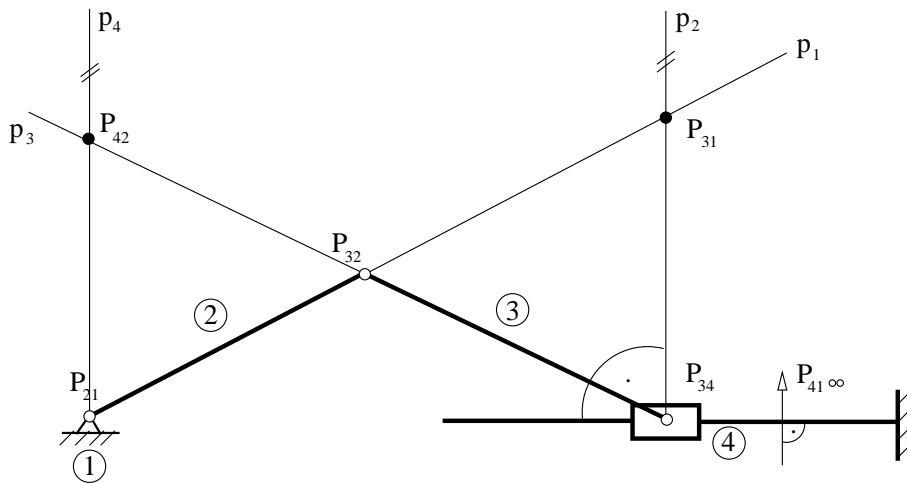


Obr. 1.

Je-li však bod L pólem výsledného pohybu, je $\vec{v}_{31} = \vec{0}$ a ze vztahu (1) plyne, že obě zbývající rychlosti jsou stejně velké, ale opačně orientované, $\vec{v}_{32} = -\vec{v}_{21}$. Mají tedy společnou nositelku, která musí být kolmá jednak na spojnici $\overline{LP_{21}}$ a jednak na spojnici $\overline{LP_{32}}$. To je možné jedině tehdy, pokud leží pól výsledného pohybu $P_{31} \equiv L$ na pólové přímce $p \equiv \overline{P_{21}P_{32}}$, tedy na spojnici pólů unášivého pohybu P_{21} a relativního pohybu P_{32} . ■

Příklad: Aplikací výše uvedené pólové věty určete póly pohybu P_{31} a P_{42} pro klikový mechanismus v zakreslené poloze.

Řešení: Nejprve určíme polohu pólu pohybu P_{31} . Provedeme rozklad pohybu $31 = 32 + 21$ a určíme polohu pólů P_{21} a P_{32} dílčích pohybů, obr. 2. Pól výsledného pohybu P_{31} musí ležet na pólové přímce p_1 , ale nevíme zatím kde. Proto provedeme další rozklad pohybu $31 = 34 + 41$ a určíme polohu pólů P_{41} a P_{34} dílčích pohybů, obr. 2. Pól výsledného pohybu P_{31} potom leží v průsečíku pólových přímek p_1 a p_2 .



Obr. 2.

Zcela analogicky určíme pól pohybu P_{42} . Provedeme rozklad pohybu $42 = 43 + 32$. Pól pohybu P_{42} musí ležet na pólové přímce p_3 , obr. 2. Provedeme další rozklad pohybu $42 = 41 + 12$ a sestrojíme pólovou přímku p_4 , obr. 2. Pól výsledného pohybu P_{42} potom leží v průsečíku pólových přímek p_3 a p_4 .