

Materiály k 10. cvičení z předmětu KME/MECHB

Zpracoval: doc. RNDr. Zdeněk Hlaváč, CSc.

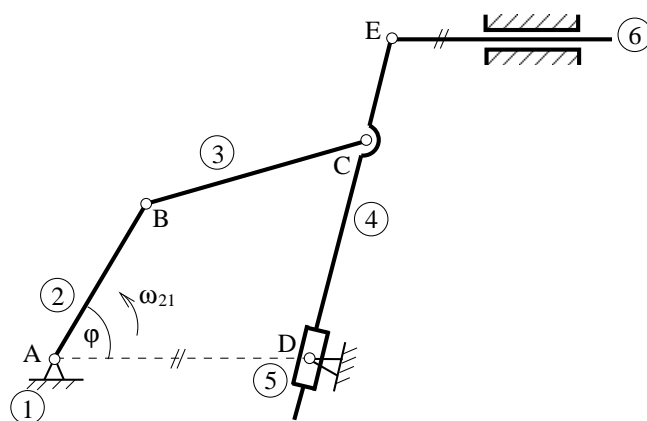
Kinematické řešení rovinných mechanismů

Šestičlenný mechanismus (grafické řešení rychlostí)

Příklad: Šestičlenný mechanismus na obrázku je zakreslen v měřítku délek v poloze $\varphi = 60^\circ$. Určete graficky rychlost \vec{v}_{61} , je-li dána úhlová rychlost $\omega_{21} = 1 \text{ rad/s}$. Úlohu řešte

1. pomocí metody podmínky tuhosti úsečky
2. rozkladovou metodou

Dáno: $\overline{AB} = a = 9 \text{ cm}$; $\overline{BC} = b = 10 \text{ cm}$; $\overline{CE} = c = 4 \text{ cm}$; $\overline{AD} = d = 13 \text{ cm}$; $e = 12 \text{ cm}$ (vzdálenost rovnoběžky \overline{AD} od osy vedení členu 6)



Řešení: Mechanismus si zakreslíme v zadané poloze např. v měřítku délek, kdy 1cm na náčrtu odpovídá 2cm ve skutečnosti.

Protože v obou metodách konstrukce rychlosti \vec{v}_{61} využijeme polohy pólů pohybů P_{31} a P_{41} , nejprve tyto póly využitím pólové věty najdeme.

Pro pól P_{41} uijeme rozkladů

$$41 = 45 + 51; 41 = 46 + 61$$

Pohyb 51 je rotace se středem v bodě D . Zde tedy zároveň leží i pól P_{51} . Pohyb 45 je posuv po ose členu 4. Jeho pól je tedy nevlastní ve směru kolmice k této ose. Prvnímu rozkladu tedy odpovídá kolmice na osu členu 4 vedená bodem D . Na této přímce leží pól P_{41} . Pohyb 46 je rotace se středem v bodě E , kde leží zároveň pól P_{46} . Pohyb 61 je posuv po vodorovné přímce. Jeho pól je proto nevlastní ve směru svislice. Druhému rozkladu tedy odpovídá svislice vedená bodem E . I na této přímce leží P_{41} . Zmíněný pól je proto průsečíkem obou výše nalezených přímk.

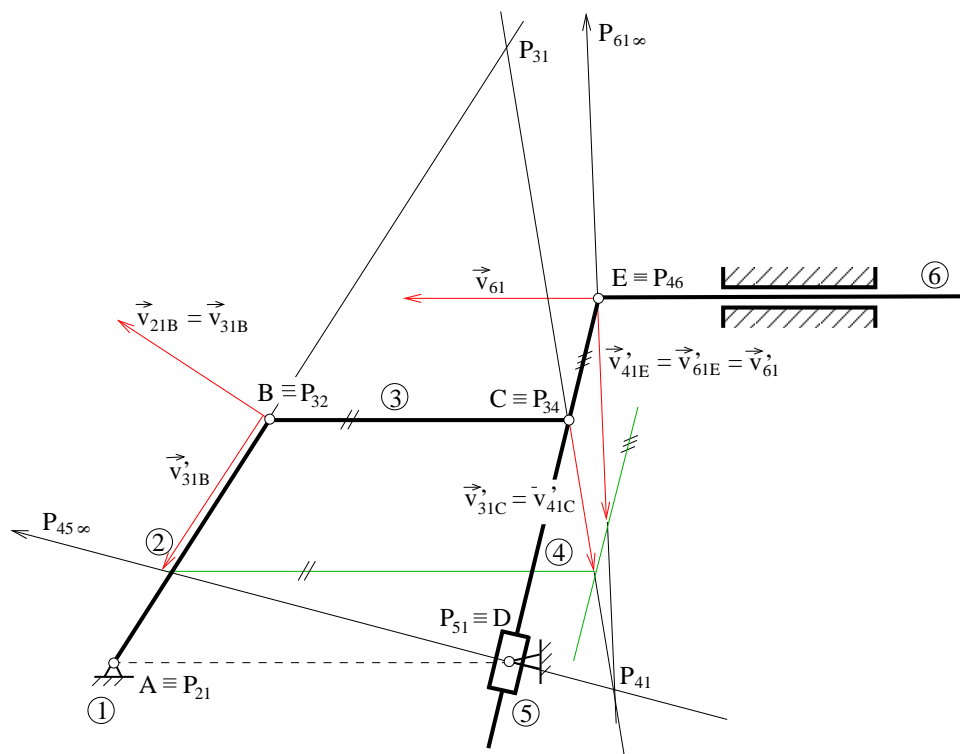
Pro pól P_{31} uijeme rozkladů

$$31 = 32 + 21; 31 = 34 + 41$$

Pohyb 32 je rotace se středem v bodě B , kde tedy zároveň leží pól tohoto pohybu. Pohyb 21 je rovněž rotace se středem v bodě A , kde zároveň leží pól tohoto pohybu. Prvnímu rozkladu proto odpovídá spojnice \overline{AB} . Pohyb 34 je rotace se středem C , kde leží i pól P_{34} . Pól P_{41} byl už výše provedenou konstrukcí nalezen. Druhému rozkladu proto odpovídá spojnice $\overline{CP_{41}}$. Průsečíkem obou určených spojnic je podle pólové věty pól P_{31} .

Protože pohyb 21 je rotace se středem A úhlovou rychlostí ω_{21} , je \vec{v}_{21B} na kolmici k členu 2 a má velikost $v_{21B} = a \cdot \omega_{21} = 0,09\text{m/s}$. Vektor \vec{v}_{21B} vzhledem k zadanému smyslu rotace hnacího členu 2, viz obrázek, míří vlevo. Zvolme měřítko rychlostí např. tak, že 1cm na náčrtu odpovídá $0,03\text{m/s}$. Můžeme tedy zakreslit rychlost \vec{v}_{21B} do náčrtu. S ohledem na zaplnění stránky textu ovšem nebylo možno deklarovaná měřítka dodržet. Nyní máme vše připraveno pro popis jednotlivých metod konstrukce rychlosti \vec{v}_{61} .

1. **metoda podmínky tuhosti úsečky** pracuje s rychlostmi o $\frac{\pi}{2}$ otočenými a to vždy pro dva různé body téhož tělesa (tyto otočené rychlosti označujeme čárkami). Otočme rychlost \vec{v}_{21B} do \vec{v}'_{21B} o $\frac{\pi}{2}$ v **kladném smyslu**, viz obrázek. Protože bod B je současně bodem členu 2 i 3, je $\vec{v}'_{21B} = \vec{v}'_{31B}$. Aplikujme podmínku tuhosti úsečky na úsečku \overline{BC} na členu 3. Koncový bod vektoru \vec{v}'_{31C} musí ležet na rovnoběžce se spojnicí \overline{BC} procházející koncovým bodem vektoru \vec{v}'_{31B} . Zároveň ovšem o $\frac{\pi}{2}$ otočené rychlosti leží na normále k trajektorii příslušného bodu a všechny normály procházejí pólem. Vektor \vec{v}'_{31C} leží proto na spojnici $\overline{P_{31}C}$. Průsečíkem obou nalezených geometrických míst získáme koncový bod vektoru \vec{v}'_{31C} a tím i mimo jiné velikost rychlosti bodu C , kterou můžeme přepočítat ze zavedeného měřítka rychlostí. Protože bod C je současně bodem členu 3 a 4, je $\vec{v}'_{31C} = \vec{v}'_{41C}$. Aplikujme nyní podmínku tuhosti úsečky na úsečku \overline{CE} na členu 4. Koncový bod rychlosti \vec{v}'_{41E} musí ležet na rovnoběžce se spojnicí \overline{CE} procházející koncovým bodem vektoru \vec{v}'_{41C} . Zároveň ale o $\frac{\pi}{2}$ otočené rychlosti leží na spojnici bodu s pólem příslušného pohybu, tedy na spojnici $\overline{P_{41}E}$. Průsečíkem nalezených dvou geometrických míst získáme koncový bod vektoru \vec{v}'_{41E} . Protože bod E je společným bodem členu 4 a 6, je $\vec{v}'_{41E} = \vec{v}'_{61E}$. Ovšem pohyb 61 je posuv, kdy rychlosti všech bodů jsou stejné. Proto je $\vec{v}'_{61E} = \vec{v}'_{61}$. Přeměřením délky tohoto vektoru a přepočítáním přes měřítko rychlostí určíme velikost v_{61} . Smysl posuvu členu 6 určíme otočením rychlosti \vec{v}'_{61} o $\frac{\pi}{2}$ do původního vektoru \vec{v}_{61} . Otáčet musíme ve stejném smyslu, ve kterém z rychlosti \vec{v}_{21B} vznikla rychlost \vec{v}'_{21B} (tedy zde v **záporném smyslu**). Posuv 61 se tedy děje vlevo rychlostí $v_{61} = 0,105\text{m/s}$, viz obrázek.



2. **Metoda rozkladová** pracuje s trojúhelníky skutečných rychlostí, které konstruujeme podle věty "úhel, strana, úhel". Znamená to, že jednu z rychlostí musíme znát kompletně (co do velikosti i směru) a u zbylých dvou musíme znát jejich směr. S výhodou využíváme poznatku, že pól je okamžitý střed otáčení, takže směr skutečné rychlosti je kolmý na spojnici bodu s pólem příslušného pohybu. Rozkládat začínáme pohyb tělesa, které bezprostředně sousedí s hnacím členem (toto těleso je obvykle značeno 3) v bodě, ve kterém je rychlost známa. V našem případě provedeme rozklad $31=34+41$ (při rozkladu přes člen 2 bychom nezískali žádnou novou informaci), který aplikujeme v bodě B , ve kterém je rychlost známa (viz výše $v_{31B} = 0,09\text{m/s}$, směr kolmý na osu členu 2 a smysl vlevo vzhůru). Pro rychlosti platí (bez ohledu na to, zda se jedná o rozklad základní nebo obecný)

$$\vec{v}_{31B} = \vec{v}_{34B} + \vec{v}_{41B}$$

Rychlost \vec{v}_{31B} známe kompletně, směry zbylých dvou rychlostí jsou kolmé na spojnici bodu B s pólem příslušného pohybu. Póly P_{34} a P_{41} však známe. Trojúhelník rychlostí lze zkonstruovat podle výše popsané věty. Pozor na smysly ošipkování vektorů na pravé straně vektorové rovnice. Šipky se musí sejít v koncovém bodě vektoru \vec{v}_{31B} . V téže bodě B nyní provedeme rozklad pohybu 41 a to přímo už přes výstupní člen 6. Pro příslušné rychlosti platí

$$\vec{v}_{41B} = \vec{v}_{46B} + \vec{v}_{61B}$$

Rychlost \vec{v}_{41B} známe kompletně z předchozího postupu. Rychlost \vec{v}_{46B} má směr kolmý na spojnici $\overline{P_{46}B}$. Protože 61 je posuv po vodorovné přímce, kdy rychlosti všech bodů jsou stejné, je směr \vec{v}_{61B} rovněž vodorovný. Trojúhelník rychlostí zkonstruujeme podle věty "úhel, strana, úhel", viz obrázek. Získáme tím velikost rychlosti v_{61} . Přepočtem přes měřítko rychlostí vychází $v_{61} = 1,105\text{m/s}$.

