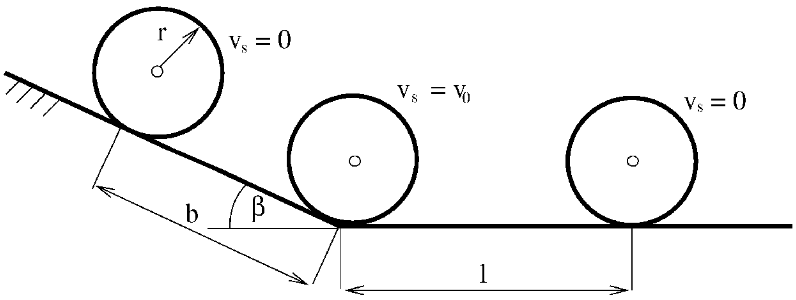
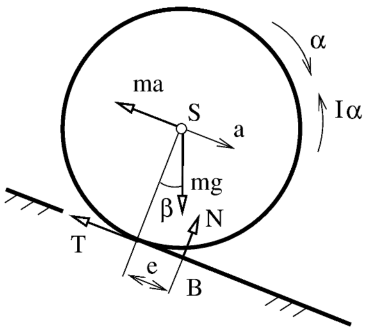
URČENÍ RAMENA VALIVÉHO ODPORU VÁLCE NA DANÉM POVRCHU

SPECIFIKACE PROBLÉMU

Z daného povrchu utvoříme svah se známým úhlem sklonu b . Válec poloměru *r*, hmotnosti *m*, osového momentu setrvačnosti *I* k ose symetrie (nemusí být homogenní) uložíme na svah do vzdálenosti ***b*** od přechodu svahu ve vodorovnou rovinu (viz obr.) a pustíme z klidu. Válec se začne valit[*)]. Na dráze ***b*** nabere jeho střed rychlost v_0 a posléze na vodorovné rovině zpomaluje a po proběhnutí změřené dráhy *l* se zastaví. Na základě znalostí parametrů *r, b, l,* b, *m*, I určíme příslušné rameno valivého odporu ***e***.





ŘEŠENÍ

Pohyb válce se skládá ze dvou částí. Nejprve vyřešíme pohyb po nakloněné rovině, za předpokladu valení. Valení je obecný rovinný pohyb, který rozložíme ve středu *S* (je současně těžištěm – budiž to předpoklad) na unášivý posuv se zrychlením ***a*** středu a druhotnou rotaci úhlovým zrychlením $a = \dfrac{a}{r}$ vzhledem ke kinematické podmínce valení. Setrvačným účinky jsou proto silová dvojice $I\,a$ a síla $m\,a$ ve středu.

Statickou akcí je svislá tíha v těžišti a reakce *T* a *N* ve valivé vazbě. Normálová složka jest předsunuta ve směru pohybu o rameno valivého odporu. Vlastní pohybovou rovnicí je taková podmínka, ve které se nevyskytuje žádná z reakcí. Je to momentová podmínka k bodu *B*. Má tvar

$$I\,a + m\,a\,r + mg\,(e\cos b - r\sin b) = 0\,.$$

Po dosazení za $a = \dfrac{a}{r}$ odtud určíme

$$a = \frac{m\,g\,r}{I + m\,r^2}(r\sin b - e\cos b) = konst. = a_1\,. \qquad (1)$$

---

*) *K valení dojde pro „rozumné“ sklony* b *. Pro* b *příliš malé se válec vůbec nedá do pohybu a pro* b *příliš velké „sklouzne“ posuvným pohybem*

Poznámka: Aby se válec dal do pohybu, musí být $a_1 > 0$. To je ekvivalentní podmínce

$$r \sin b - e \cos b \Leftrightarrow b > arctg\, \frac{e}{r}\,. \qquad (2)$$

Při experimentu je třeba tuto podmínku zajistit zkusmo (e měříme, takže (2) v praxi ověřit nelze).

Střed se tedy pohybuje konstantním zrychlením a_1, tedy rovnoměrně zrychleně. Na dráze b dosáhneme z klidu rychlosti v_0. Řešíme-li rovnici

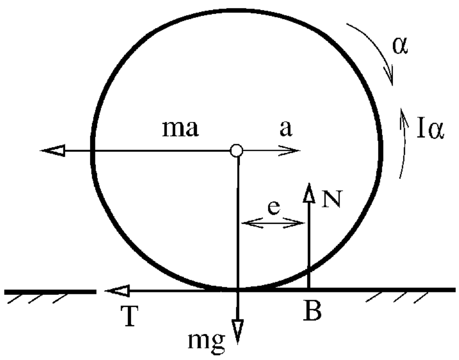
$$\frac{1}{2}\frac{dv^2}{dx} = a_1\,,$$

separací proměnných a integrací mezi startem z klidu a rychlostí v_0, dostaneme

$$\int_0^{v_0^2} dv^2 = 2a_1 \int_0^b dx \Leftrightarrow v_0^2 = 2a_1\, b\,.$$

Po dosazení za a_1 z (1) máme

$$v_0^2 = \frac{2m\,g\,r\,b}{I + mr^2}\left(r \sin b - e \cos b\right). \qquad (3)$$



Druhá část pohybu válce je pohyb (valení) po vodorovné rovině. Silové poměry jsou podobné předchozímu případu (viz obr.). Vlastní pohybovou rovnicí je momentová podmínka k bodu *B*. Má tvar

$$I\,a + m(ar + eg) = 0\,.$$

Po dosazení za $a = \frac{a}{r}$ odtud získáme

$$a = -\frac{m\,e\,r\,g}{I + mr^2} = -a_2 = konst.. \qquad (4)$$

Střed se tedy pohybuje s konstantním záporným zrychlením (rovnoměrně zpožděně). Na dráze *l* z rychlosti v_0 zastaví. Rovnici

$$\frac{1}{2}\frac{dv^2}{dx} = -a_2$$

řešíme separací proměnných a integrací mezi těmito dvěma polohami. Dostaneme

$$\int_{v_0^2}^{0} dv^2 = -2a_2 \int_0^b dx \Leftrightarrow v_0^2 = 2a_2\, l\,.$$

Po dosazení za a_2 z (4) máme

$$v_0^2 = \frac{2merg\,l}{I + mr^2}\ . \qquad (5)$$

Srovnáním (3) s (5) (krátíme výrazem $\frac{2m\,gr}{I + mr^2}$) získáme

$$b\left(r\sin b - e\cos b\right) = el\,,$$

odkud

$$e = \frac{br\sin b}{l + b\,\cos b}\,.$$