MAXIMÁLNÍ ZRYCHLENÍ AUTA

SPECIFIKACE PROBLÉMU

Určete maximální možné zrychlení automobilu při jízdě po vozovce s úhlem stoupání β umožněné adhezními poměry mezi koly a vozovkou. Automobil uvažujte jako jedno těleso podepřené v dotykových bodech pneumatik s vozovkou. Uvažujme pohon

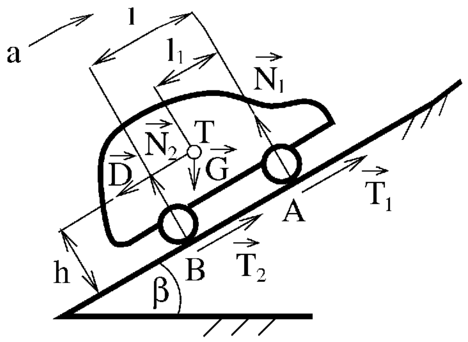
a) pouze přední nápravy

b) pouze zadní nápravy

c) obou náprav současně.

Těžiště automobilu je ve výšce h nad vozovkou, rozvor náprav je l, podélná vzdálenost těžiště od dotykového bodu předních kol je l_1, koeficient tření pneumatik na vozovce při smýkání je f.

ŘEŠENÍ



Automobil jako jedno těleso se posouvá po (šikmé) přímce se zrychlením $\vec{a}$. Jediným dynamickým účinkem je setrvačná síla $\vec{D} = -m\vec{a}$ působící v těžišti. Statickými účinky je vlastní tíha $\vec{G} = -m\vec{a}$ působící svisle v těžišti, normálová reakce $\vec{N}_1$ v bodě dotyku předního kola, $\vec{N}_2$ v bodě dotyku zadního kola a hnací síla $\vec{T}_1$ na přední nápravě nebo $\vec{T}_2$ na zadní nápravě (nebo obě současně). Extrémní zrychlení je to, které vyvolají hnací síly mající charakter tečných složek ve valivých vazbách kol k vozovce na hranici prokluzu, to je když $T_i = f\,N_i \;(i = 1,\,2)$.

a) Pohon přední nápravy $(T_2 = 0)$. Složková podmínka do směru nakloněné roviny má tvar

$$D + G\sin\beta - T_1 = 0\,. \tag{1}$$

Momentová podmínka k bodu B má tvar

$$(D + G\sin\beta)h - G\cos\beta\,(l - l_1) + N_1\,l = 0\,. \tag{2}$$

Dosazením $G = m\,g$, $D = m\,a_{pm}$ a extremálního případu $T_1 = f\,N_1$ dostaneme z (1)

$$N_1 = \frac{m}{f}\left(a_{pm} + g\sin\beta\right).$$

Dosazením tohoto výrazu do (2) máme

$$m\left(a_{pm} + g\sin\beta\right)h - mg\cos\beta\,(l - l_1) + \frac{ml}{f}\left(a_{pm} + g\sin\beta\right) = 0\,.$$

Je patrno, že maximální zrychlení a_{pm} nezávisí na hmotnosti m automobilu. Z posledního vztahu vznikne po úpravě

$$a_{pm}\left(h+\frac{l}{f}\right)=\left[-\sin b\left(h+\frac{l}{f}\right)+\cos b\,(l-l_1)\right]g$$

odkud

$$a_{pm}=\frac{f\,(l-l_1)\cos b-(h\,f+l)\sin b}{hf+l}\,g\ . \tag{3}$$

Rozšířením výrazu $\frac{1}{l}$ a zavedením poměrů

$$p=\frac{l_1}{l};\quad q=\frac{h}{l}\ . \tag{4}$$

získáme pro extrémní zrychlení konečný výraz

$$\frac{a_{pm}}{g}=\frac{f\,(1-p)\cos b-(q\,f+l)\sin b}{qf+1}\ . \tag{3´}$$

b) Pohon zadní nápravy $(T_1=0)$. Složková podmínka do směru nakloněné roviny je tvaru

$$D+G\sin b-T_2=0\,. \tag{5}$$

Momentová podmínka k bodu A je tvaru

$$(D+G\sin b)h+G\cos b\cdot l_1-N_2\,l=0\,. \tag{6}$$

Dosazením $G=mg$, $D=m\,a_{zm}$, $T_2=f\,N_2$ z (5) vznikne

$$N_2=\frac{m}{f}(a_{zm}+g\sin b)\,.$$

Dosazením do (6) pak dostaneme po úpravě

$$a_{zm}\left(h-\frac{l}{f}\right)=\left[\sin b\left(\frac{l}{f}-h\right)-l_1\cos b\right]g$$

odkud zavedením poměrů (4) vychází

$$\frac{a_{zm}}{g}=\frac{f\,p\cos b-(1-f\,q)\sin b}{1-f\,q}\,. \tag{7}$$

Pohon obou náprav $(T_1\neq 0,\,T_2\neq 0)$. Složková podmínka do směru nakloněné roviny je nyní tvaru

$$D+G\sin b-T_1-T_2=0\,. \tag{8}$$

Složková podmínka do kolmého směru je tvaru

$$N_1+N_2-G\cos b=0\,. \tag{9}$$

Dosazením $G=mg$, $D=m\,a_{om}$, $T_1+T_2=f\,(N_1+N_2)$ z (8) vyjde

$$N_1+N_2=\frac{m}{f}(a_{om}+g\sin b)\,.$$

Dosazením do (9) po úpravě pak máme

$$\frac{a_{om}}{g} = f\cos b - \sin b\ . \tag{10}$$

Maximální zrychlení a_{0m} v tomto případě vůbec nezávisí na poloze těžiště automobilů.

***Poznámka*:** Mezní úhel b^* stoupání kopce, do kterého se automobil bude schopen rozjet (s ohledem na adhezní poměry, nikoliv na sílu motoru) je úhel odpovídající nulovému zrychlení. Protože pro reálné případy jsou jmenovatele v (3´) a (7) kladné výrazy, dostáváme z (3´) pro pohon přední nápravy

$$f(1-p)\cos b_p^* = 1 + f\,q\sin b_p^* \Leftrightarrow b_p^* = arctg\,\frac{f(1-p)}{1+f\,q}. \tag{11}$$

Pro pohon zadní nápravy plyne ze (7)

$$f\ p\cos b_z^* = (1-f\,q)\sin b_z^* \Leftrightarrow b_z^* = arctg\,\frac{f\ p}{1-f\,q}. \tag{12}$$

Pro pohon obou náprav pak z (10) máme

$$f\cos b_o^* = \sin b_o^* \Leftrightarrow b_o^* = arctg\ f\ . \tag{13}$$

Protože podle (4) $0 < p < 1$ dostáváme z (11) a (13), že vzhledem k rostoucí funkci *arctg* vždy platí

$$b_p^* < b_o^*.$$

Rovněž pro „rozumné“ hodnoty součinu fq (nikoliv blízké k jedničce) podle (12) a (13) platí

$$b_z^* < b_o^*.$$

Pro hodnotu $p = \frac{1}{2}$ (nebo blízkou) dostáváme z (11) a (12), že platí

$$b_p^* < b_z^*.$$

Analogické reakce platí i pro maximální zrychlení při příslušných pohonech. Při daných adhezních poměrech je vždy pohon obou náprav výhodnější než pohon přední nápravy. V reálných případech poměrů p a q je pohon obou náprav výhodnější i než pohon zadní nápravy a pohon zadní nápravy výhodnější než pohon přední nápravy.